
Zbiór wybranych zadań maturalnych w formule egzaminu 2023 – nowe typy



Praca zbiorowa

Autorzy:

Joanna Kozubal

Sławomir Sorek

Danuta Tabor

Agnieszka Gancarz

Tarnobrzeg, 2022 r.

Wstęp

Rok szkolny 2018/2019 był dla polskich gimnazjów rokiem ostatecznej likwidacji. Nastąpiła zmiana ustroju szkolnego, a wraz z nią reorganizacja etapów edukacji. Wydłużono naukę w szkołach podstawowych do klasy ósmej, oraz liceach do klasy czwartej i technikach do klasy piątej. Znaczącej zmianie uległy również podstawy programowe oraz wymagania egzaminacyjne. W dotychczasowych materiałach wydawnictw publikujących podręczniki i zbiory zadań nie uwzględniono zmian podyktowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną (CKE) związanych z wprowadzeniem nowych typów zadań egzaminacyjnych.

W związku z zaistniałą sytuacją uwzględniając potrzeby nauczycieli uczących w szkołach ponadpodstawowych, grupa aktywnych dydaktyków pod kierunkiem Joanny Kozubal – doradcy metodycznego z matematyki w Podkarpackim Centrum Edukacji Nauczycieli, Oddział w Tarnobrzegu, podjęła się trudu opracowania zadań odpowiadających wymaganiom egzaminacyjnym ogłoszonych przez CKE.

Zespół w ramach sieci współpracy „Przygotowanie do egzaminów zewnętrznych z matematyki – Matura 2023” przygotował dla nauczycieli i uczniów łącznie 152 autorskie zadania nowego typu, z trzech działów wraz z odpowiedziami: funkcje (76 zadań), ciągi (38 zadań), trygonometria (38 zadań). Są to zadania typu: **prawda/fałsz**, **zadania na dobieranie**, **zadania z luką**, **zadania wielokrotnego wyboru**. Każdy dział poprzedzony jest przytoczeniem wymagań egzaminacyjnych ogłoszonych przez CKE¹. Dodatkowo każde zadanie opisane jest numerem lub numerami wymagań, łatwo więc się zorientować, jaką wiedzę i umiejętności powinny sprawdzać.

Autorami zadań są:

- **Joanna Kozubal** – (Funkcje – wielokrotny wybór, dobieranie odpowiedzi, Ciągi – dobieranie odpowiedzi, prawda/fałsz, Trygonometria – wielokrotny wybór, dobieranie odpowiedzi)
- **Sławomir Sorek** – (Funkcje – prawda/fałsz, dobieranie odpowiedzi, Ciągi – prawda/fałsz, Trygonometria – zadania z luką)
- **Danuta Tabor** (Funkcje – zadania z luką, Trygonometria – zadania z luką, Ciągi – wielokrotny wybór)
- **Agnieszka Gancarz** (Ciągi – zadania na dobieranie)

Życzymy nauczycielom sukcesów w pracy dydaktycznej, a uczniom najwyższych wyników maturalnych.

¹ https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2023/Informatory/Informator_EM2023_matematyka_PP.pdf

V. Funkcje. Wymagania i propozycje zadań egzaminacyjnych

Wymaganie/a egzaminacyjne

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
- 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (niemniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (o ile istnieją);
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- 13) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.

Zadanie 1. [V.1]

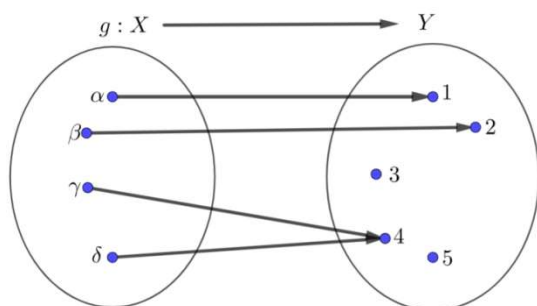
Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie rzeczywistej jej podwojony kwadrat	zatem	1.	$f(x) = (x + 2)^2$
B.	Funkcja f przyporządkowuje liczbie naturalnej 2023 sumę jej cyfr		2.	$f(2023) = 7$
			3.	$f(x) = (2x)^2$

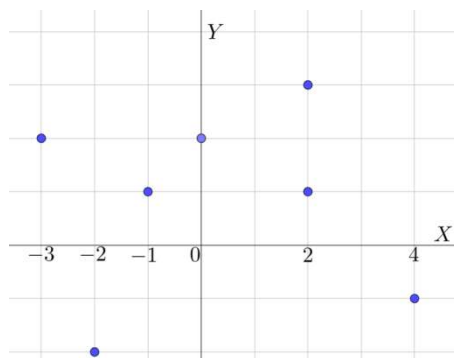
Zadanie 2. [V.1, V.3]

Przyporządkowania f , g i h dane są w następujący sposób:

- 1) f : dowolnej liczbie naturalnej dodatniej przyporządkowujemy jej dzielniki naturalne;
- 2) przyporządkowanie g dane jest za pomocą grafu (zobacz Rysunek 1);
- 3) przyporządkowanie h , przekształcające zbiór $X = \{-3, -2, -1, 0, 2, 4\}$ w pewien zbiór Y , przedstawione jest w prostokątnym układzie współrzędnych za pomocą wykresu (zobacz Rysunek 2).



Rysunek 1



Rysunek 2

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Przekształcenie f i h <u>nie</u> są funkcjami.	P	F
2.	Przekształcenie g jest funkcją oraz $g(1) = \alpha$.	P	F

Zadanie 3. [V.1]

Funkcję f określoną w zbiorze liczb całkowitych opisuje tabelka częściowa

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	4	3	2	1	0	1	2

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

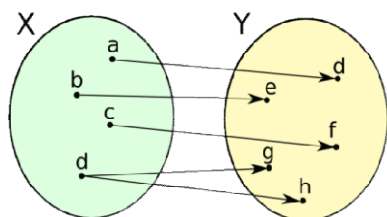
A.	Funkcja f określona za pomocą tabelki jest malejąca	ponieważ	1.	dla każdego $x_1 < x_2$ należących do dziedziny funkcji f zachodzi warunek $f(x_1) > f(x_2)$
----	---	----------	----	--

B.	Wzór funkcji to $f(x) = x - 3 $	2.	$f(-1) < f(2)$
		3.	dla każdego $x \in D_f$ spełniona jest zależność $f(x) = x - 3 $

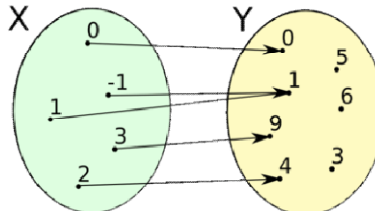
Zadanie 4. [V.1]

Poniżej przedstawione zostały pewne przyporządkowania. Zaznacz te spośród podanych, które przedstawiają funkcje.

A.



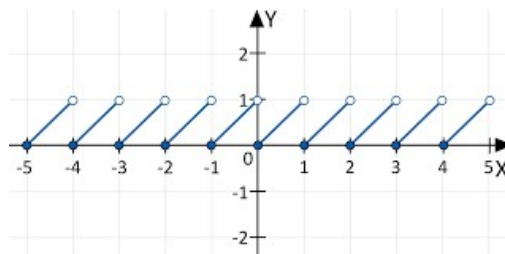
B.



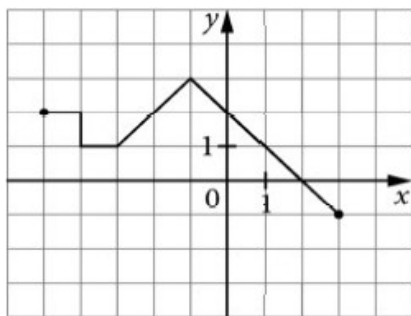
C.

x	1	2	3	1
$f(x)$	-4	2	-3	2

D.



E.

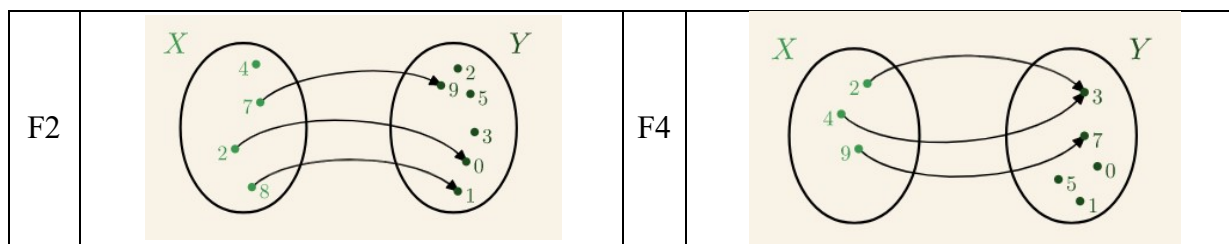


F. Każdej liczbie naturalnej k przyporządkowujemy jej kwadrat pomniejszony o 4.

Zadanie 5. [V.1]

Dane są grafy z pewnymi przyporządkowaniami

F1		F3	
----	--	----	--



Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Graf F1 oraz F3 przedstawiają przyporządkowania, które są funkcjami	ponieważ zgodnie z definicją funkcji	1.	każdemu argumentowi ze zbioru X została przyporządkowana dokładnie jedna wartość funkcji ze zbioru Y
	B.		2.	niektóre elementy ze zbioru Y nie zostały przyporządkowane żadnym elementom ze zbioru X
	C.		3.	każdemu argumentowi ze zbioru X została przyporządkowana wartość funkcji ze zbioru Y

Zadanie 6. [V.2]

Funkcja f dana jest wzorem $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$. Wartość funkcji f dla argumentu a jest równa 0,25. Zaznacz poprawne wartości argumentu a , jeśli:

- A. $a = -2 \log_4 2$
- B. $a = \frac{12\left(\frac{3}{11} - \frac{4}{5}\right)}{\sqrt[3]{27}}$
- C. $a = \frac{3^4 \cdot \frac{1}{9}}{81^{0,5}}$
- D. $a = -1$
- E. $a = \left(\frac{-4 + \sqrt{12^2 - 43}}{2^4 \sqrt{625}}\right)^0$
- F. $a = (1 - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 1)$

Zadanie 7. [V.2]

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{-3x}{x^2-4}$ określona dla $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ oraz $g(x) = x^2 - x$.

Dokończ zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowane miejsce, aby zdanie było prawdziwe.

Wartość liczbową wyrażenia: $2 \cdot g(2) - f(-1)$ jest równa

Zadanie 8. [V.2]

Funkcja f dana jest wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 4, & x \in \langle 0, 2 \rangle \\ 2x - 1, & x \in \langle 2, 4 \rangle \end{cases}$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba 4 jest miejscem zerowym funkcji f .	P	F
2.	$f(2) = -2$.	P	F

Zadanie 9. [V.2]

Funkcja f dana jest wzorem

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{3x - 6}.$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\frac{f(\sqrt{12})}{f(\sqrt{3})}$ jest liczbą wymierną.	P	F
2.	$f(2) = 0$.	P	F

Zadanie 10. [V.2]

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = -x^2 - m + 2\sqrt{5}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Miejscem zerowym funkcji jest $x = \sqrt{5} + 1$.

Dokończ zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowane miejsce.

Wartość m jest równa

Zadanie 11. [V.2, V.6]

Dana jest funkcja liniowa f o wzorze $f(x) = (2 - 3m)x + 2m - 4$, do wykresu, której należy punkt $(1, -1)$.

Wyznacz parametr m i dla tak ustalonego m oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Punkt $(-1, -5)$ należy do wykresu funkcji f .	P	F
2.	m jest liczbą całkowitą.	P	F

Zadanie 12. [V.2]

Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x}}$ dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej x .

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Funkcja f przyjmuje tylko wartości dodatnie	ponieważ	1.	$x > 0$
B.	Miejszem zerowym funkcji f jest $x = 1$		2.	$f(1) = 0$
C.	Funkcja f przyjmuje tylko wartości ujemne		3.	$1 - x < 0$ dla $x \in D_f$

Zadanie 13. [V.3]

Dana jest funkcja g przedstawiona za pomocą tabeli:

x	-2	0	$\sqrt{3}$	2,4	4	5	10
$g(x)$	2	0	4	-1	3,1	$\sqrt{2}$	$\frac{1}{4}$

Zaznacz zdania prawdziwe:

- A. $g(\sqrt{3}) - 1 = 3$
- B. $2 \cdot g(2,4) + g(3,1) = 2$
- C. $g(-2) - 3 \cdot g(5) = 2 - 3\sqrt{3}$
- D. $(g(5))^2 - 2 \cdot g(10) = 1,5$
- E. $4 \cdot g(0) \cdot g(-2) = -2$

Zadanie 14. [V.3]

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-1}$ określona dla $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, 1\}$ oraz $h(x) = 0,5x - 2,5$.

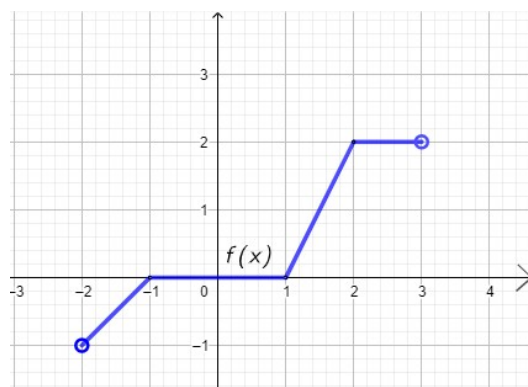
Zaznacz zdania prawdziwe.

- A. $f(0) - h(6) = 2,5$
- B. $2 \cdot h(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 2$
- C. $f(-1) = -2,5$
- D. $h(2\sqrt{3}) - \sqrt{3} = 2,5$

Zadanie 15. [V.3]

Dana jest funkcja f przedstawiona na rysunku obok.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.



Prawdą jest, że:

A.	Funkcja f jest stała dla $x \in \langle -1, 1 \rangle \cup \langle 2, 3 \rangle$	ponieważ	1.	dla każdego $x_1 < x_2$ (gdzie $x_1, x_2 \in \langle -1, 3 \rangle$) zachodzi warunek $f(x_1) \leq f(x_2)$
B.	Funkcja f jest niemalejąca dla wszystkich $x \in \langle -1, 3 \rangle$		2.	$f(-1) = f(1)$ oraz $f(2) = f(3)$
C.	Funkcja f jest nierosnąca dla wszystkich $x \in \langle -1, 3 \rangle$		3.	dla każdego $x_1 < x_2$ (gdzie $x_1, x_2 \in \langle -1, 3 \rangle$) zachodzi warunek $f(x_1) \geq f(x_2)$

Zadanie 16. [V.3]

Funkcja f dana jest za pomocą tabeli

x	2	-1	4	0	-2
$f(x)$	3	4	-2	4	0

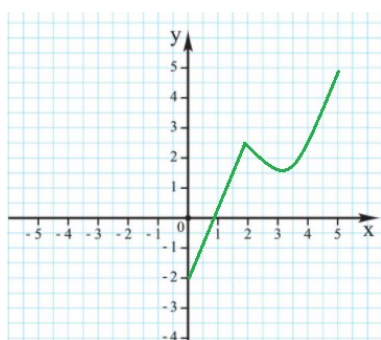
Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba 4 jest miejscem zerowym funkcji f .	P	F
2.	Funkcja f przyjmuje dwie wartości ujemne.	P	F

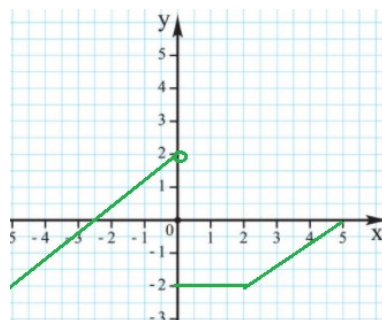
Zadanie 17. [V.4]

Wskaż wykresy funkcji, które spełniają jednocześnie następujące warunki: dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych nie mniejszych od -2 , funkcja ma miejsce zerowe dodatnie i przyjmuje wartość największą równą 5.

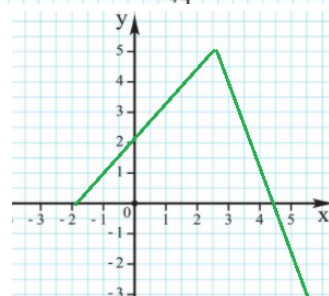
A.



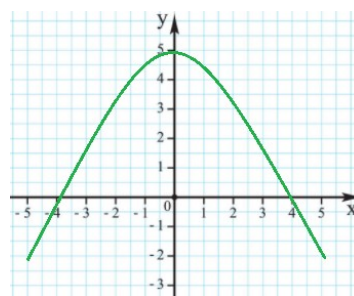
B.



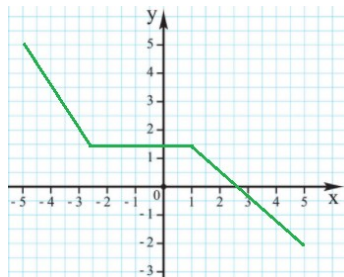
C.



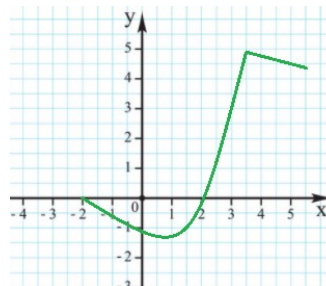
D.



E.

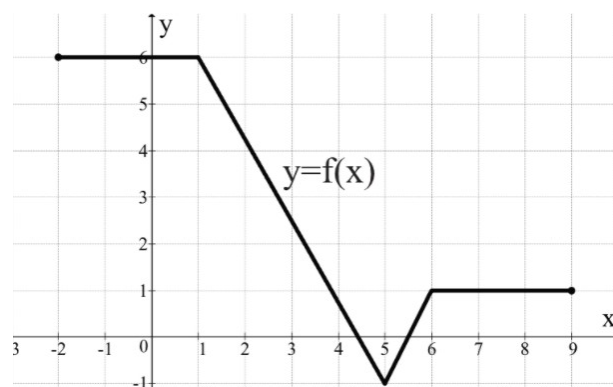


F.



Zadanie 18. [V.4]

Dana jest funkcja f przedstawiona na rysunku poniżej

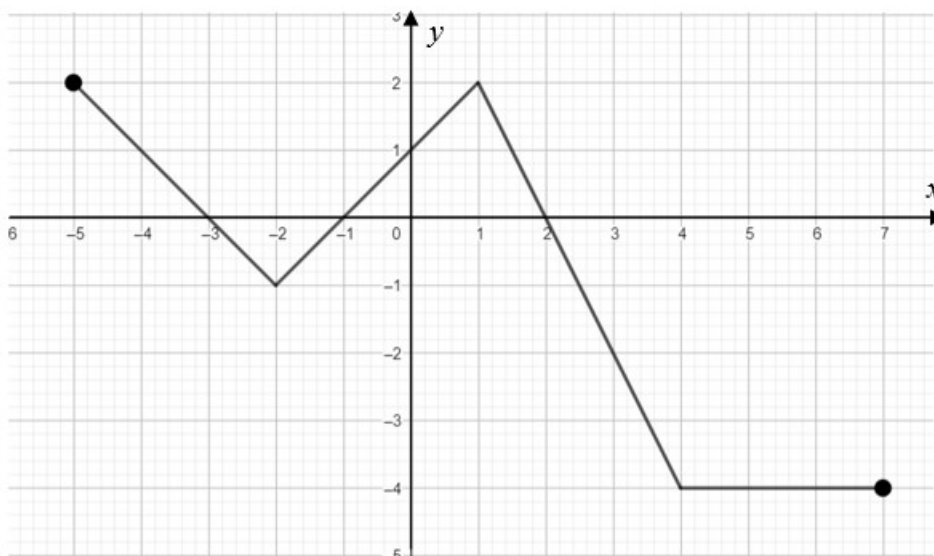


Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Zbiorem wartości jest przedział $\langle -1, 6 \rangle$	ponieważ	1.	jest malejąca i stała oraz rosnąca
B.	Funkcja jest monotoniczna w całej dziedzinie		2.	wartość najmniejsza funkcji wynosi -1 , a największa 6 oraz funkcja przyjmuje wszystkie wartości pośrednie pomiędzy -1 a 6
C.	Wykres funkcji jest symetryczny względem prostej $x = 5$		3.	$f(4) = f(6) = 1$

Zadanie 19. [V.4]

Na rysunku poniżej, przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$.

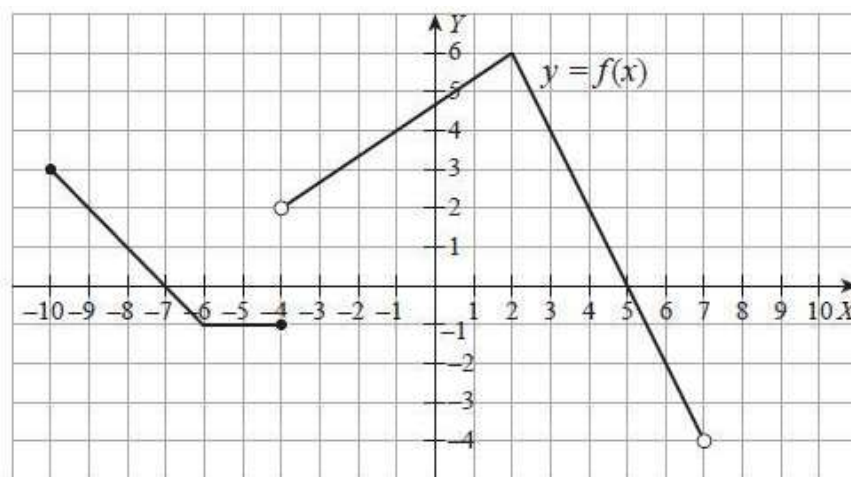


Zapisz w miejscu wykropkowanym zbiór rozwiązań nierówności $f(x) \leq 0$

.....

Zadanie 20. [V.4]

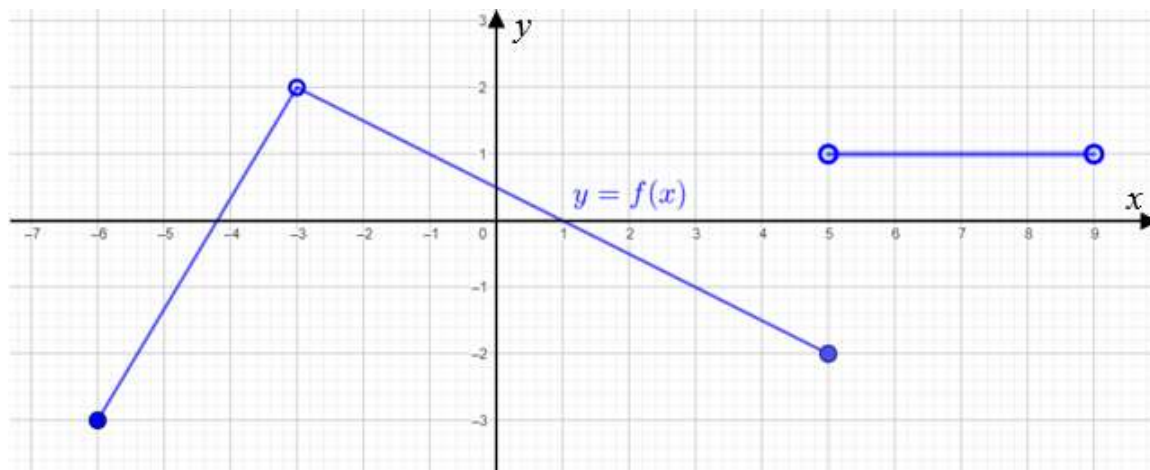
Zaznacz własności odpowiadające funkcji f przedstawionej na poniższym wykresie.



- A. $f(-4) = 2$
- B. zbiorem wartości funkcji f jest zbiór $(-4; 6)$
- C. $f(x) > 2$ gdy $x \in (-4; 4)$
- D. Funkcja przyjmuje wartości niedodatnie gdy $x \in \langle 7; 4 \rangle \cup \langle 5; 7 \rangle$
- E. Funkcja jest nierosnąca, gdy $x \in \langle -10; -4 \rangle$
- F. Funkcja jest różnowartościowa

Zadanie 21. [V.4]

Na poniższym rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f .



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Do dziedziny funkcji f należy czternaście liczb całkowitych.	P	F
2.	Wartość największa funkcji f wynosi 2.	P	F

Zadanie 22. [V.5]

Dane są funkcje $f: 2x - y + 12 = 0$ oraz $g: y = ax + b$.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Wykresy funkcji f i g są prostymi równoległymi dla $a = -2$	ponieważ z własności współczynników funkcji liniowych wynika, że:	1.	współczynniki kierunkowe prostych f i g są równe
B.	Wykresy funkcji f i g są prostymi prostopadłymi dla $a = -\frac{1}{2}$		2.	iloczyn współczynników kierunkowych prostych f i g jest równy -1
C.	Wykresy funkcji f i g są prostymi pokrywającymi się dla $a = 2$ oraz $b = -12$		3.	różnica wyrazów wolnych we wzorach prostych f i g jest równa 0

Zadanie 23. [V.5]

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = -\frac{1}{a}x + b - 4\sqrt{2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią OY to $(0, 2)$. Miejscem zerowym funkcji f jest $x = 4$.

Dokończ zdanie tak, aby było zdaniem prawdziwym.

Określając monotoniczność funkcji można o niej powiedzieć, że jest to funkcja

Zadanie 24. [V.5]

Funkcje f i g opisane są kolejno równaniami $y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$ oraz $y = -\frac{4}{3}$.

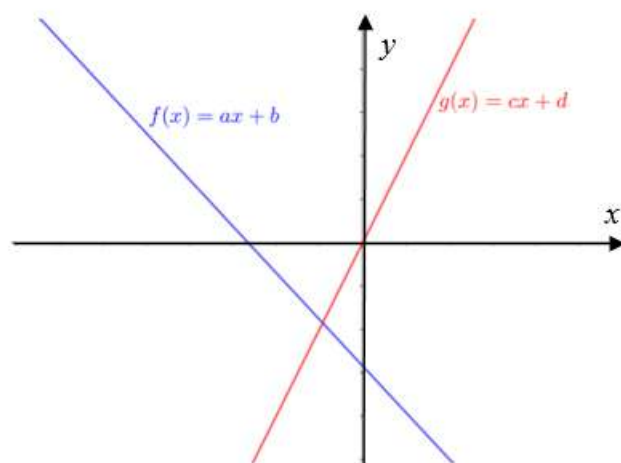
Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Wykresy tych funkcji są prostymi równoległymi	ponieważ	1.	iloczyn współczynników kierunkowych prostych jest równy -1
B.	Wykresy tych funkcji przecinają się pod kątem 90°		2.	współczynniki kierunkowe są równe
C.	Wykresy tych funkcji przecinają się pod kątem różnym od 90°		3.	funkcja f jest malejąca, a funkcja g jest funkcją stałą

Zadanie 25. [V.5]

Na poniższym rysunku przedstawione są wykresy funkcji liniowych f, g o wzorach

$$f(x) = ax + b \text{ oraz } g(x) = cx + d.$$



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Współczynniki a i b są ujemne.	P	F
2.	Współczynniki c i d są nieujemne.	P	F

Zadanie 26. [V.5]

Wykres funkcji liniowej opisanej wzorem $|\sqrt{3} - 2|x - y - 3 = 0$ spełnia własności:

- A. przechodzi przez I i II ćwiartkę
- B. przechodzi między innymi przez II i III ćwiartkę
- C. ma dodatnie miejsce zerowe
- D. jest funkcją rosnącą
- E. przechodzi przez I, III i IV ćwiartkę

Zadanie 27. [V.5]

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = 3x - 8$, $x \in \mathbb{R}$.

Zadanie 27.1.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiedni wzór funkcji w miejsce wy kropkowane, tak aby zdanie było prawdziwe.

Wzór funkcji liniowej w postaci kierunkowej, przechodzącej przez punkt $P(-6, -8)$, której wykres jest prostą równoległą do wykresu danej funkcji f ma postać:

.....

Zadanie 27.2.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie liczby w wy kropkowanych miejscach, aby zdanie było prawdziwe.

Miejscem zerowym funkcji f jest....., a punkt przecięcia wykresu tej funkcji z osią OY ma współrzędne.....

Zadanie 28. [V.5]

Funkcja liniowa dana jest wzorem $f(x) = 3x - 5$. O funkcji f można powiedzieć, że:

- A. wykres funkcji f przechodzi przez II i III ćwiartkę układu współrzędnych.
- B. funkcja f jest rosnąca.
- C. wykres funkcji f przecina oś rzędnych w punkcie -5 .
- D. wykres funkcji f przecina oś odciętych w punkcie 3 .
- E. wykres funkcji f przechodzi przez I, III i IV ćwiartkę układu współrzędnych.

Zadanie 29. [V.5]

Dana jest funkcja liniowa f o wzorze $f(x) = ax + b$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jeżeli wykres funkcji f przechodzi przez drugą, trzecią i czwartą ćwiartkę układu współrzędnych, to $a < 0$ i $b < 0$.	P	F
2.	Jeżeli $b = 0$ oraz do wykresu funkcji f należy punkt $(-\sqrt{2}, -\sqrt{3})$, to funkcja f może być malejąca.	P	F

Zadanie 30. [V.5]

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax - 3\sqrt{2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Miejscem zerowym funkcji jest $x = \sqrt{6}$.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowane miejsce, aby zdanie było prawdziwe.

Tangens kąta nachylenia prostej, będącej wykresem danej funkcji f , do osi OX jest równy

Zadanie 31. [V.5]

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = -\frac{3}{4}x + 2$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

Zadanie 31.1.

Dokończ zdanie, tak aby było zdaniem prawdziwym.

Wzór funkcji liniowej, której wykresem jest prosta prostopadła do wykresu danej funkcji i przechodząca przez początek kartezjańskiego układu współrzędnych ma postać:

.....

Zadanie 31.2.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie współrzędne w wykropkowane miejsce, aby zdanie było prawdziwe.

Wykres funkcji f przecina oś OY w punkcie o współrzędnych

Zadanie 32. [V.5]

Funkcja liniowa dana jest wzorem $y = ax + b$.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

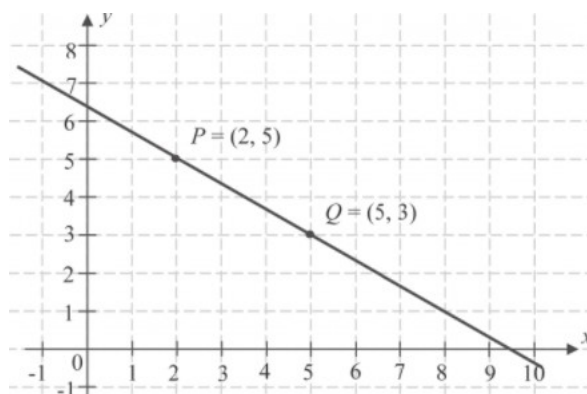
A.	Funkcja jest rosnąca i ma ujemne miejsce zerowe	gdy	1.	$a > 0$ i $b < 0$
B.	Funkcja jest malejąca i przecina dodatnią część osi OY		2.	$a > 0$ i $b > 0$
C.	Funkcja jest malejąca i ma ujemne miejsce zerowe		3.	$a < 0$ i $b = 0$

Zadanie 33. [V.6]

Na rysunku obok dany jest wykres funkcji f przechodzącej przez punkty P i Q .

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wzór funkcji f ma postać

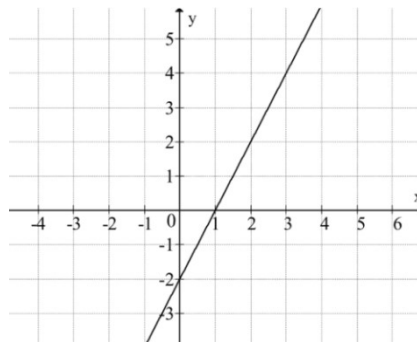


A.	$y = -\frac{2}{3}x + 6\frac{1}{3}$	ponieważ	1.	przyrostowi argumentu o 1 odpowiada przyrost wartości o $6\frac{1}{3}$
B.	$y = -\frac{3}{2}x + 6\frac{1}{2}$		2.	przyrostowi argumentu o 2 odpowiada ujemny przyrost wartości o 3
C.	$y = -\frac{2}{3}x + 9,5$		3.	przyrostowi argumentu o 3 odpowiada ujemny przyrost wartości o 2

Zadanie 34. [V.6]

Zaznacz te wzory funkcji liniowej, które opisują wykres funkcji przedstawiony na rysunku

- A. $y = -2x - 2$
- B. $y = 2(x - 1)$
- C. $x - \frac{1}{2}y - 1 = 0$
- D. $\frac{1}{2}x - y + 2 = 0$



Zadanie 35. [V.6]

O funkcji liniowej f o wzorze $f(x) = ax + b$ wiemy, że spełnia warunek: funkcja f przyjmuje wartości dodatnie tylko dla $x \in (-\infty, 4)$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f jest malejąca.	P	F
2.	Funkcja postaci $y = -2x + 8$ spełnia podany powyżej warunek.	P	F

Zadanie 36. [V.6]

Miejszem zerowym funkcji liniowej jest $x = 3$ oraz $f(-1) = 2$. Funkcję liniową f opisuje więc wzór:

- A. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$
- B. $f(x) = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$
- C. $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)$
- D. $f(x) = -2x + 3$

Zadanie 37. [V.6]

Wykres funkcji liniowej f przechodzi przez punkty $(-2, 12)$ i $(1, 3)$.

Zadanie 37.1.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej, miejsce zerowe funkcji f

.....

Zadanie 37.2.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej, dla jakiego argumentu funkcja f przyjmuje wartość 9

.....

Zadanie 37.3.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej, w jakim punkcie wykres funkcji f przecina się z osią rzędnych

.....

Zadanie 37.4.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej, dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości ujemne

.....

Zadanie 38. [V.6]

O funkcji liniowej $y = f(x)$ wiadomo, że jej miejscem zerowym jest $x = 2$ oraz $f(-1) = -12$.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiedni wzór w wykropkowane miejsce, aby zdanie było prawdziwe.

Funkcję liniową f opisuje więc wzór

Zadanie 39. [V.7, V.9]

Dana jest funkcja $y = f(x)$, opisująca połowę pola powierzchni kwadratu (y), w zależności od długości boku kwadratu (x).

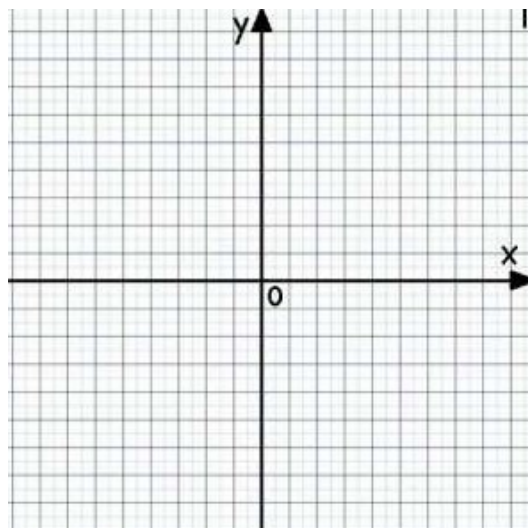
Zadanie 39.1.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej wzór funkcji $y = f(x)$ w postaci ogólnej.

.....

Zadanie 39.2.

Na poniższym układzie współrzędnych naszkicuj fragment wykresu funkcji $y = f(x)$ dla argumentów z przedziału $(1, 4)$.



Zadanie 40. [V.8]

Dana jest funkcja kwadratowa f o wzorze

$$f(x) = ax^2 + 2ax - 2,$$

gdzie a jest ustaloną liczbą rzeczywistą mniejszą od -2 .

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f

A.	ma dwa punkty przecięcia z osią Ox ,	ponieważ	1.	$a^2 + 2a > 0$
B.	ma jeden punkt wspólny z osią Ox ,		2.	$a^2 + 2a = 0$
C.	nie ma punktu wspólnego z osią Ox ,		3.	$a^2 + 2a < 0$

Zadanie 41. [V.8]

Dana jest funkcja kwadratowa o wzorze $f(x) = -5(x + 7)^2 - 2$.

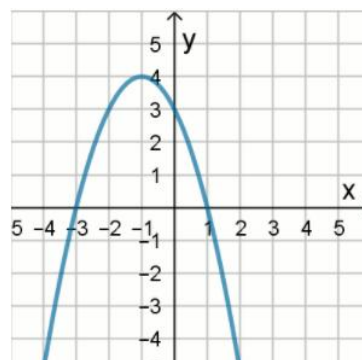
Dokończ zdanie wpisując w miejsca wykropkowane odpowiednie dane, tak aby zdanie było prawdziwe.

Maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca:, zaś maksymalny przedział, w którym funkcja f jest malejąca:.....

Zadanie 42. [V.8]

Dana jest funkcja $f(x) = ax^2 + bx + c$ przedstawiona na rysunku obok. Prawdą jest, że:

- A. $a > 0, c = 3$
- B. $a < 0, b = -2, c = 3$
- C. postać iloczynowa funkcji, to: $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$
- D. postać kanoniczna funkcji to: $f(x) = -(x + 1)^2 + 4$



Zadanie 43. [V.8]

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wartości funkcji $f(x) = 5(x - \pi)^2 + 2$

.....

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej równanie osi symetrii paraboli będącej wykresem funkcji $f(x) = \frac{2}{3}(x - 2)(x + 8)$

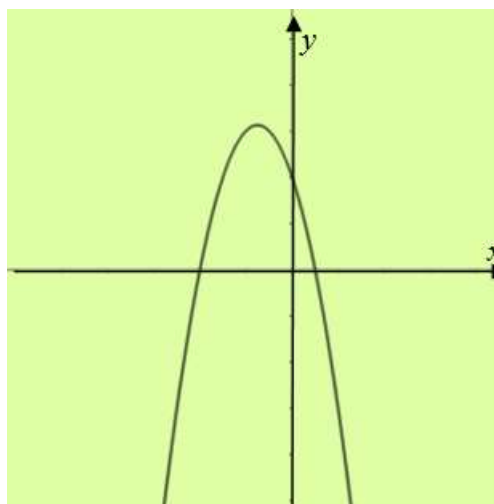
.....

Zadanie 44. [V.8, V.9]

Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji f o wzorze:

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

gdzie a, b, c są ustalonymi liczbami rzeczywistymi ($a \neq 0$).



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Współczynnik b jest ujemny.	P	F
2.	Współczynnik c jest dodatni.	P	F

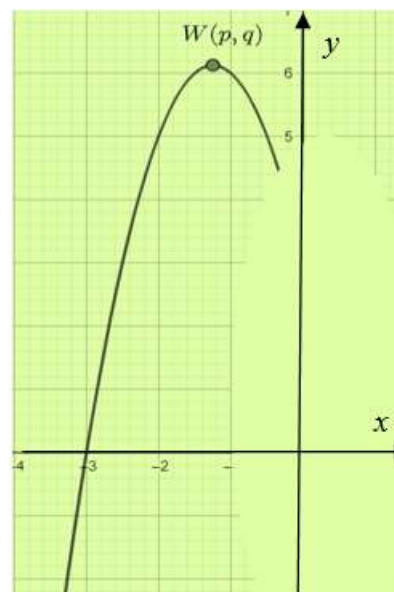
Zadanie 45. [V.8, V.9]

Na rysunku obok przedstawiony jest fragment paraboli o wierzchołku $W(p, q)$, która jest wykresem funkcji f o wzorze:

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

gdzie a, b, c są ustalonymi liczbami rzeczywistymi.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.



Współczynniki

A.	$b < 0$ i $c < 0$,	ponieważ	1.	$a < 0, p < 0, f(0) > 0$
B.	$b > 0$ i $c < 0$,		2.	$a < 0, p < 0, f(0) < 0$
C.	$b < 0$ i $c > 0$,		3.	$a < 0, p < 0, q > 0$

Zadanie 46. [V.8, V.9]

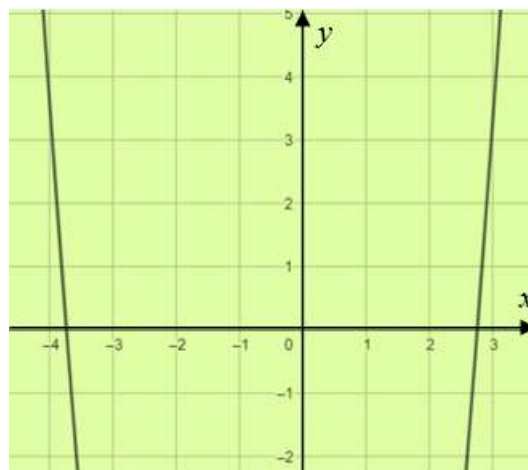
Na rysunku obok przedstawiony jest fragment wykresu funkcji f o wzorze

$$f(x) = 2(x - m)^2 - n,$$

gdzie m, n są ustalonymi liczbami rzeczywistymi.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

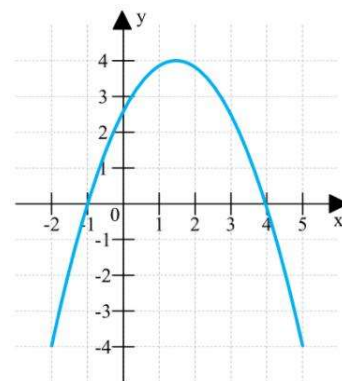
1.	Współczynnik m jest dodatni.	P	F
2.	Współczynnik n jest dodatni.	P	F



Zadanie 47. [V.9]

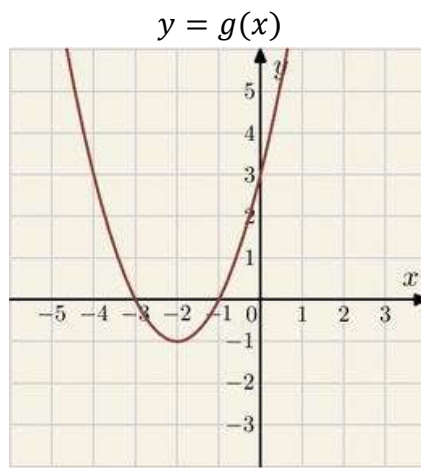
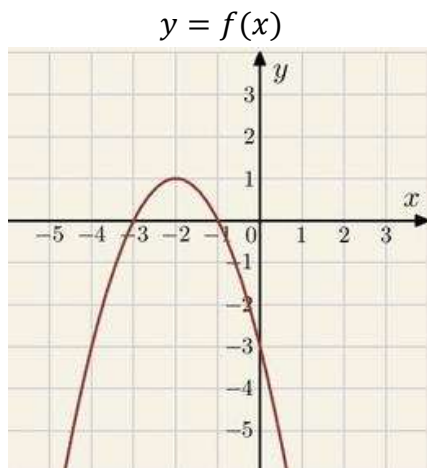
Korzystając z wykresu funkcji $y = f(x)$ przedstawionej na rysunku obok wskaż własności, które opisują tę funkcję.

- A. funkcję f opisuje wzór $f(x) = (x - 1)(x + 3)$
- B. największą wartością funkcji jest 4
- C. osią symetrii wykresu funkcji jest $x = \frac{3}{2}$
- D. funkcja $f(x) > 0$ dla $x \in \langle -1; 4 \rangle$



Zadanie 48. [V.9]

Dane są wykresy funkcji



Prawdziwe są wzory:

- A. $f(x) = x^2 + 4x + 3$
- B. $f(x) = -x^2 - 4x - 3$
- C. $g(x) = (x + 2)^2 - 1$
- D. $g(x) = \frac{1}{2}(x + 2)(x + 1)$

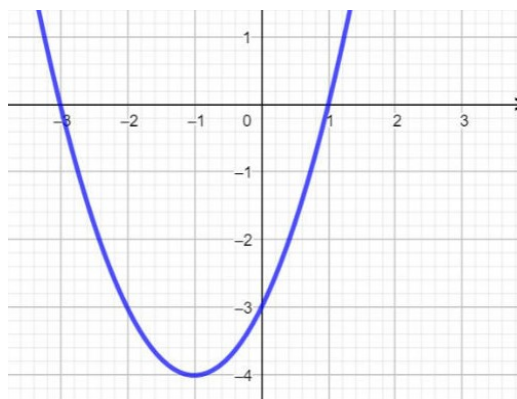
Zadanie 49. [V.9]

Na rysunku obok podano fragment paraboli będącej wykresem funkcji $y = f(x)$.

Dokończ zdanie wpisując w miejsce wykropkowane odpowiednie wyrażenie.

Wzór funkcji przedstawionej na rysunku zapisany w postaci ogólnej ma postać:

.....



Zadanie 50. [V.10]

Dana jest funkcja kwadratowa o wzorze:

$$f(x) = -2(1 - x)(x + 2).$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość największa funkcji f w przedziale $\langle -1, 0 \rangle$ wynosi -4 .	P	F
2.	Wartość najmniejsza funkcji f w przedziale $\langle -\frac{\sqrt{2}}{3}, 1 \rangle$ wynosi $-4,5$.	P	F

Zadanie 51. [V.10]

Dana jest funkcja kwadratowa o wzorze:

$$f(x) = -x^2 + 2x - 3.$$

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Oznaczmy przez m wartość najmniejszą, a przez M – wartość największą funkcji f w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$. Wówczas:

A.	$m = -6$ oraz $M = -3$,	ponieważ	1.	$m = f(-1)$ oraz $M = f(2)$
B.	$m = -6$ oraz $M = -2$,		2.	$m = f(1)$ oraz $M = f(2)$
C.	$m = -3$ oraz $M = -2$,		3.	$m = f(-1)$ oraz $M = f(1)$

Zadanie 52. [V.10]

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = 2(x - 1)^2 + 3$. Wobec tego:

- A. wartość najmniejsza tej funkcji w przedziale $\langle 0, 3 \rangle$ jest równa 3
- B. wartość najmniejsza tej funkcji w przedziale $\langle -2, 0 \rangle$ jest równa 21
- C. wartość największa tej funkcji w przedziale $\langle 2, 4 \rangle$ jest równa 21
- D. wartość największa tej funkcji w przedziale $\langle -3, -1 \rangle$ jest równa 32

Zadanie 53. [V.10]

Funkcję kwadratową opisuje wzór $f(x) = -3x^2 + 6x + 6$.

Zadanie 53.1.

Uzupełnij zdanie wpisując w miejsca wykropkowane poniżej odpowiednie liczby.

Funkcja f w przedziale $\langle 1, \frac{3}{2} \rangle$ osiąga największą wartość równą, dla argumentu

Zadanie 53.2.

Uzupełnij zdanie wpisując w miejsca wykropkowane poniżej odpowiednie liczby.

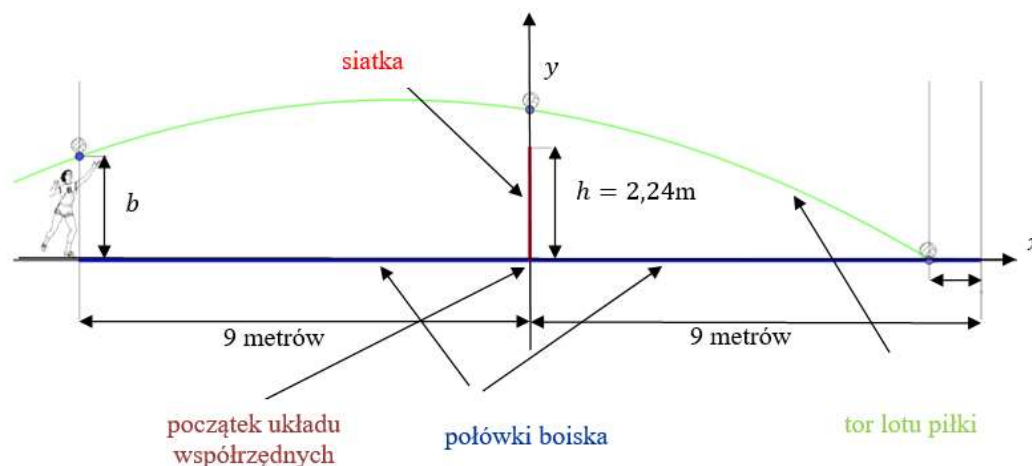
Funkcja f w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$ osiąga najmniejszą wartość równą, dla argumentu

Zadanie 54. [V.11, V.12]

W klasycznej siatkówce boisko składające się z dwóch połówek jest przedzielone siatką. Długość boiska wynosi 18 metrów, a siatka (w odmianie kobiecej) zawieszona jest na wysokości 2,24 m. Siatkarka zaczyna akcję od serwisu (za linii końcowej boiska), a as serwisowy ma miejsce wtedy, gdy piłka upadnie (podczas serwisu) na połowę (boiska) przeciwnika bez dotknięcia jej przez zawodniczkę. Przyjmijmy, że podczas serwu piłka uderzana jest z nad linii końcowej, a tor lotu piłki (prostopadły do siatki) można opisać funkcją o równaniu:

$$f(x) = -\frac{35x^2 + 179x - 3672}{1224}$$

w przyjętym układzie współrzędnych jak na rysunku poniżej.



Zadanie 54.1.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Piłka podczas serwisu została uderzona na wysokości b wyższej niż wysokość siatki.	P	F
2.	Podczas serwisu nastąpił as serwisowy. Przy przyjętych powyżej założeniach, wynika że piłka upadła na połowie przeciwnika metr od linii końcowej boiska.	P	F

Zadanie 54.2.

Siatkarka wykonuje próbny serwis, ale postanowiła wykonać go z miejsca poza boiskiem przesuwając się o metr od linii końcowej.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Przyjmując, że tor lotu piłki przesunął się tak jak zawodniczka o jeden metr w stronę przemieszczenia zawodniczki można stwierdzić, że piłka

A.	trafi w siatkę,	ponieważ	1.	$f(1) > 2,24$
B.	nie doleci do siatki,		2.	$f(1) < 2,24$
C.	trafi na połowę przeciwnika,		3.	$f(-1) > 2,24$

Zadanie 55. [V.11]

W fizyce prędkość końcowa (po czasie t) w ruchu prostoliniowym jednostajnie przyspieszonym (opóźnionym) wyraża się wzorem

$$v_k = v_0 + a \cdot t,$$

gdzie v_k – prędkość końcowa w $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, v_0 – prędkość początkowa w $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, a – przyspieszenie lub opóźnienie (wartość przyspieszenia wyrażamy liczbą dodatnią, a opóźnienia - liczbą ujemną) w $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$, t – czas w $[\text{s}]$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Prędkość początkowa ciała wynosi $v_0 = 10 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, a prędkość końcowa wynosi $v_k = 2 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$. Wówczas ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym (tzn. wartość a jest dodatnia).	P	F
2.	Prędkość początkowa ciała wynosi $v_0 = 24 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$, a opóźnienie ruchu $a = -10 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]$. Czas potrzebny, aby ciało zmniejszyło prędkość do zera jest mniejszy niż 2 sekundy.	P	F

Zadanie 56. [V.11]

Samochód porusza się ruchem prostoliniowym oddalając się od pewnego punktu A . Odległość (w metrach) pomiędzy położeniem samochodu, a punktem A po przejechaniu t sekund określona jest funkcją o wzorze

$$r(t) = 100 + 3t + 2t^2.$$

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Oznaczmy przez s drogę jaką pokonał samochód w czwartej sekundzie ruchu. Wówczas

A.	$s = 17$ metrów,	ponieważ	1.	$s = r(4)$.
B.	$s = 44$ metry,		2.	$s = r(4) - r(0)$.
C.	$s = 144$ metry,		3.	$s = r(4) - r(3)$.

Zadanie 57. [V.11]

Wymiary pewnego prostokąta można dobrać w taki sposób, aby jego pole było nie mniejsze niż 5, nie większe niż 21, a długości boków były liczbami naturalnymi, różniącymi się o 4. Zaznacz wszystkie możliwości.

- A. 1 i 5
- B. 6 i 2
- C. 2,5 i 5,2
- D. 4 i 8
- E. 3 i 7
- F. 6 i 1

Zadanie 58. [V.11]

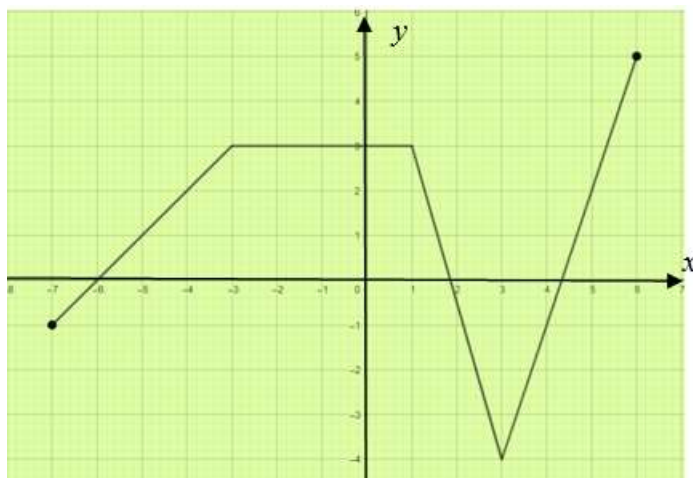
Funkcja $P(x) = \frac{1}{2}(16x - x^2)$ dla $x \in (0,16)$, gdzie x to długość jednej z przyprostokątnych, opisuje pole trójkąta prostokątnego, którego suma długości przyprostokątnych jest równa 16.

Uzupełnij zdanie wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie liczby.

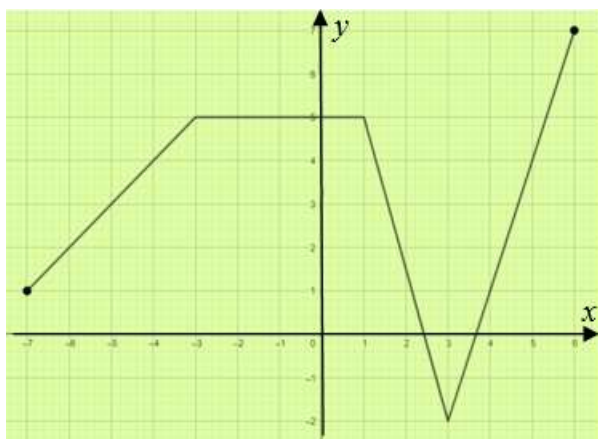
Funkcja pola osiąga największą wartość równą dla argumentu x równego

Zadanie 59. [V.12]

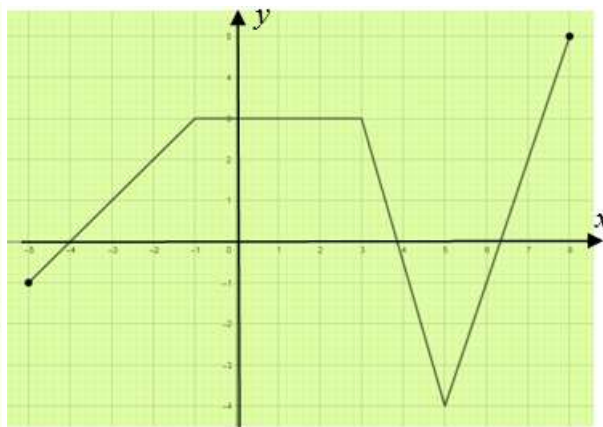
Na rysunku poniżej przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$.



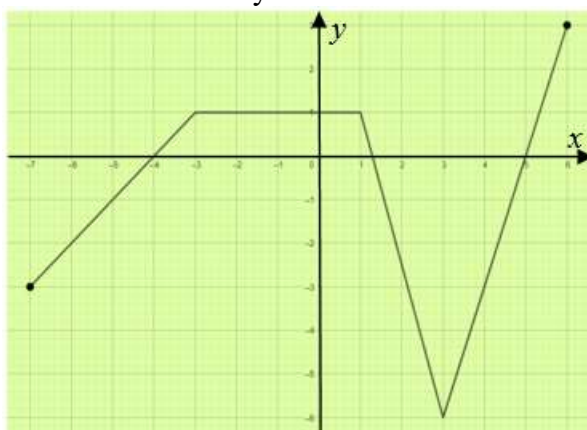
Wykres ten poddano różnym przekształceniom i otrzymano następujące wykresy funkcji



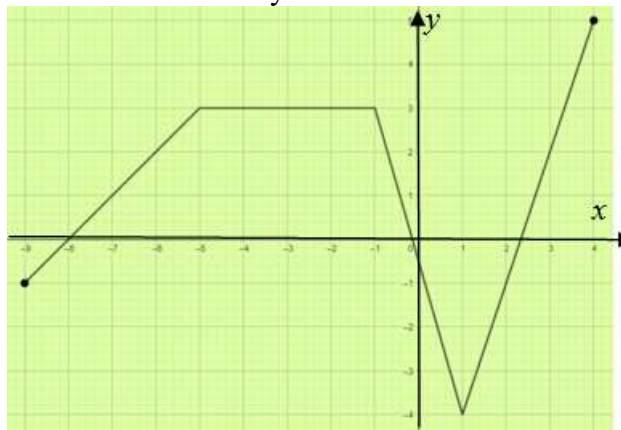
Rysunek A



Rysunek B



Rysunek C



Rysunek D

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wykres funkcji $y = f(x) - 2$ przedstawiony jest na Rysunku C.	P	F
2.	Wykres funkcji $y = f(x + 2)$ przedstawiony jest na Rysunku D.	P	F

Zadanie 60. [V.4, V.12]

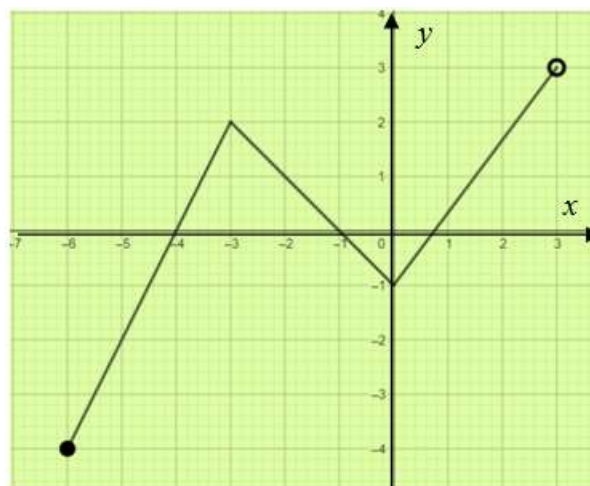
Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$.

Ponadto zdefiniowano dwie funkcje g i h w następujący sposób:

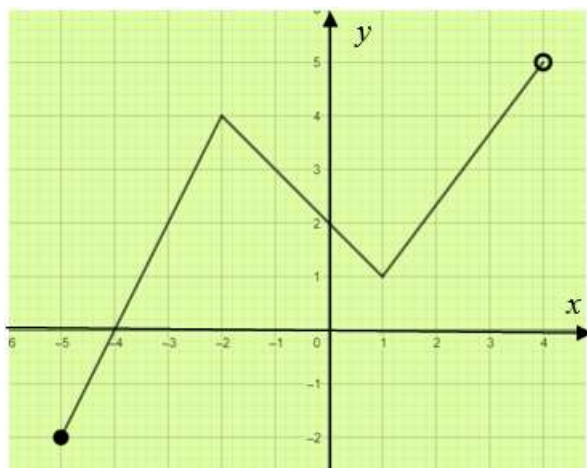
$$g(x) = f(x + 1) \text{ oraz } h(x) = g(x) + 2.$$

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

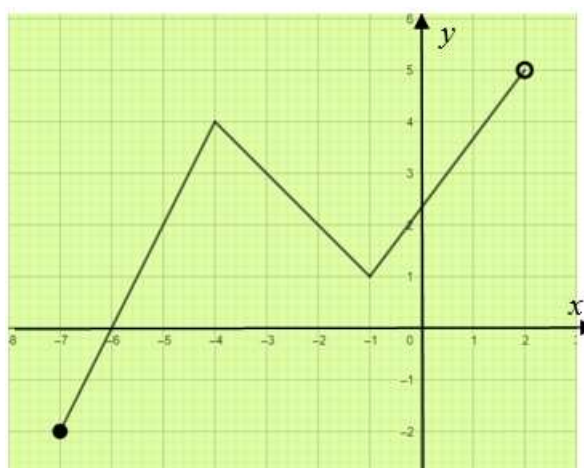
Funkcja h ma



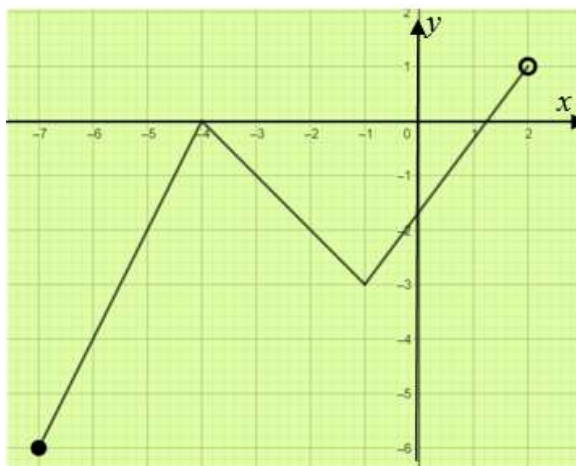
A.	jedno miejsce zerowe dodatnie,	ponieważ wykres funkcji $y = h(x)$ przedstawiony jest na	1.	Rysunku A
B.	jedno miejsce zerowe większe od -5,		2.	Rysunku B
C.	jedno miejsce zerowe mniejsze od -5,		3.	Rysunku C



Rysunek A



Rysunek B

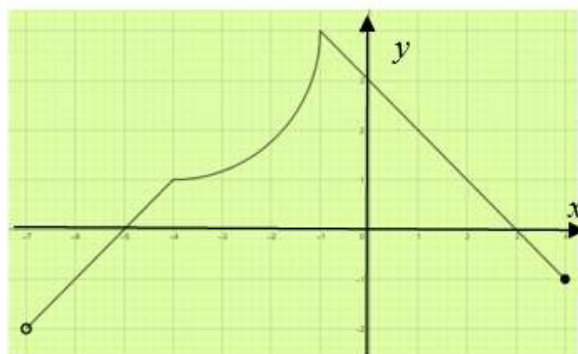
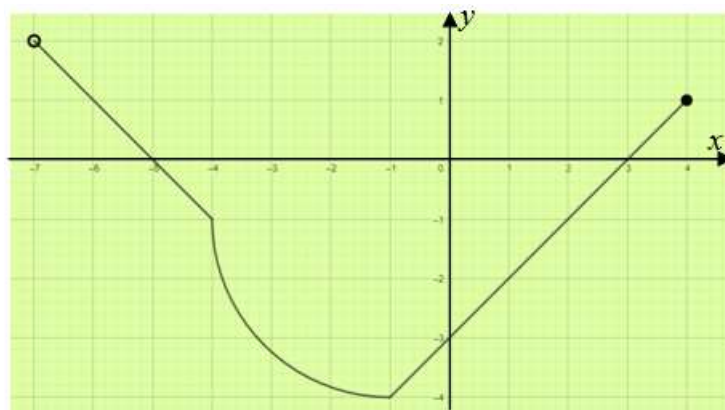


Rysunek C

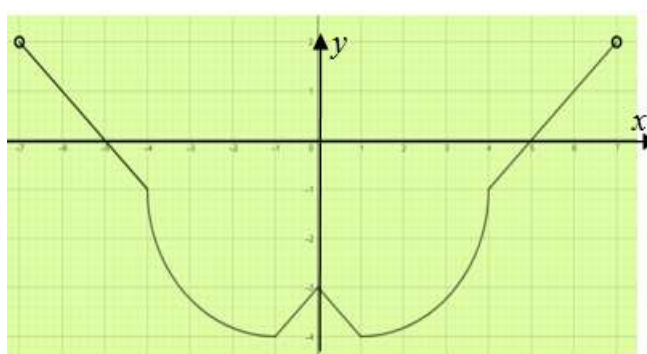
Zadanie 61. [V.12]

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$.

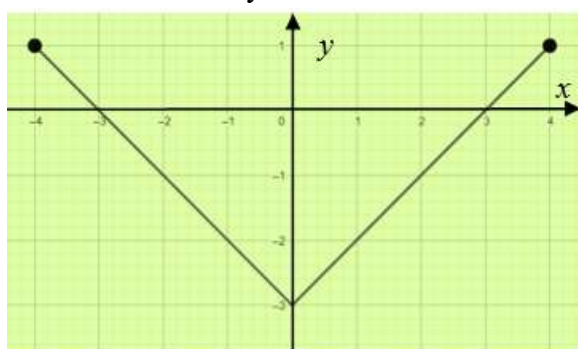
Wykres ten poddano różnym przekształceniom i otrzymano następujące wykresy funkcji



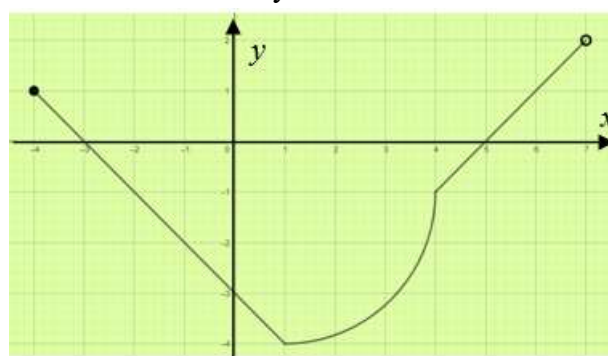
Rysunek A



Rysunek B



Rysunek C



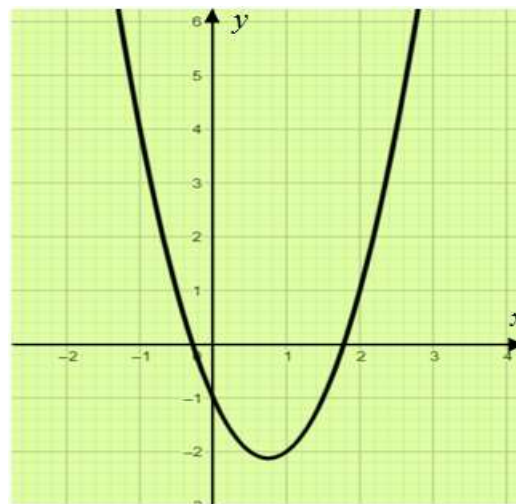
Rysunek D

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wykres funkcji $y = -f(x)$ przedstawiony jest na Rysunku A.	P	F
2.	Wykres funkcji $y = f(-x)$ przedstawiony jest na Rysunku D.	P	F

Zadanie 62. [V.12]

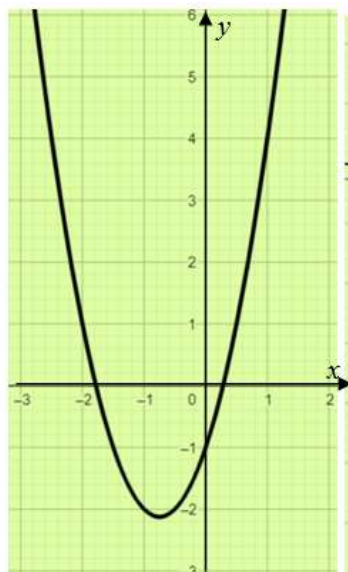
Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$.



Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji $y = f(-x)$ jest przedstawiony na

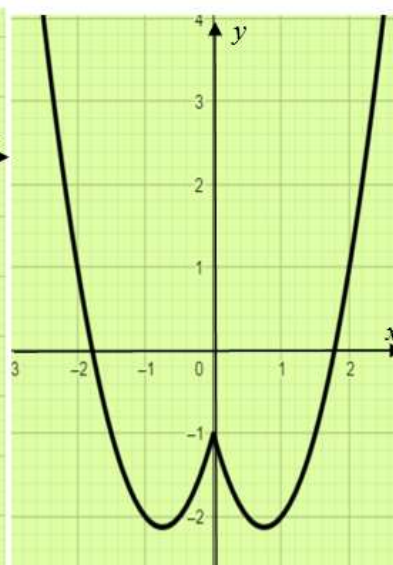
A.	Rysunku A,	ponieważ	1.	jest on symetryczny względem osi Ox .
B.	Rysunku B,		2.	jest on symetryczny do wykresu funkcji $y = f(x)$ względem osi Ox .
C.	Rysunku C,		3.	jest on symetryczny do wykresu funkcji $y = f(x)$ względem osi Oy .



Rysunek A



Rysunek B



Rysunek C

Zadanie 63. [V.12]

Dana jest funkcja $y = f(x)$, dziedziną tej funkcji jest przedział $(-2; 3)$, zaś jej zbiorem wartości jest przedział $(-4; 10)$.

Zadanie 63.1.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej dziedzinę funkcji $y = f(x - 4)$

.....

Zadanie 63.2.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wartości funkcji $y = f(x) + 6$

.....

Zadanie 63.3.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej dziedzinę funkcji $y = f(-x)$

.....

Zadanie 63.4.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wartości funkcji $y = -f(x)$

.....

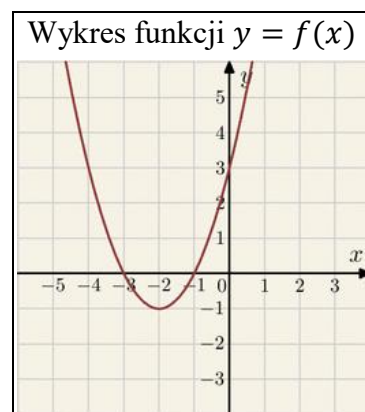
Zadanie 64. [V.12]

Wykres funkcji podstawowej $f(x) = -2x^2 + x$ został przekształcony i otrzymano wykres funkcji $g(x) = -2(x + 1)^2 + x - 4$. Wobec tego dokonano następujących przekształceń:

- A. Symetrii osiowej względem osi OX .
- B. Przesunięcia równoległego o 1 jednostkę w lewą stronę wzdłuż osi OX i 5 jednostek w dół wzdłuż osi OY .
- C. Przesunięcia równoległego o 1 jednostkę w prawą stronę wzdłuż osi OX i 4 jednostki w dół wzdłuż osi OY .
- D. Symetrii osiowej względem osi OY .

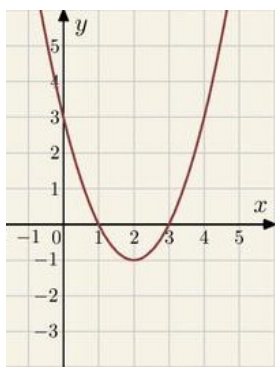
Zadanie 65. [V.12]

Dany jest wykres funkcji f na rysunku obok, poniżej umieszczono wykresy oznaczone literami A, B i C, które powstały w wyniku pewnych przekształceń z wykresu funkcji f .

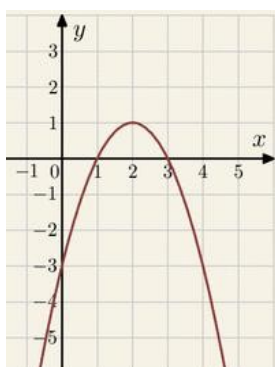


Uzupełnij zdanie wpisując w miejsca wykropkowane odpowiednie litery.

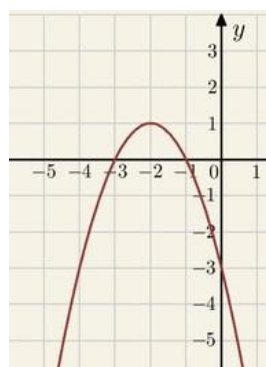
Wykres funkcji $y = f(-x)$ przedstawia rysunek oznaczony literą, zaś wykres funkcji $y = -f(x)$ przedstawia rysunek oznaczony literą



Rysunek A



Rysunek B



Rysunek C

Zadanie 66. [V.13]

Ekipa dziesięciu robotników (pracujących z taką samą wydajnością) wykonuje pewną pracę w ciągu 12 godzin.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Gdyby tą samą pracę wykonywało o dwóch robotników mniej, to musieliby pracować o 3 godziny dłużej.	P	F
2.	Liczba robotników w ekipie zwiększyła się (ale wydajność każdego z robotników była nadal taka sama jak podana w treści zadania) i okazało się, że całą pracę wykonano w 3 godziny krócej, to oznacza, że pracowało o dwóch robotników więcej niż normalnie.	P	F

Zadanie 67. [V.12, V.13]

Wykres funkcji

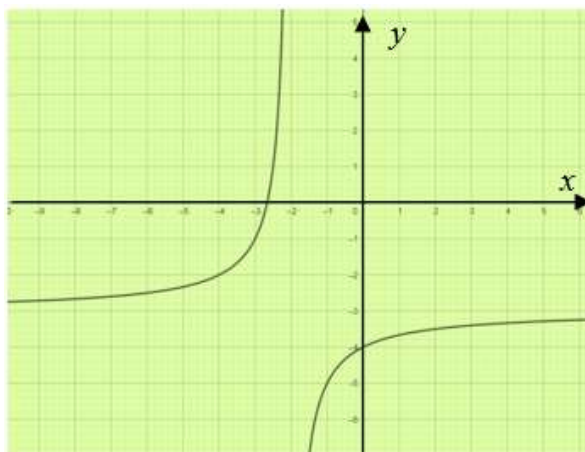
$$y = \frac{a}{x},$$

gdzie a jest ustaloną liczbą ujemną postanowiono przesunąć o 3 jednostki w dół i 2 jednostki w lewo. W ten sposób otrzymano wykres funkcji określonej jako $y = f(x)$.

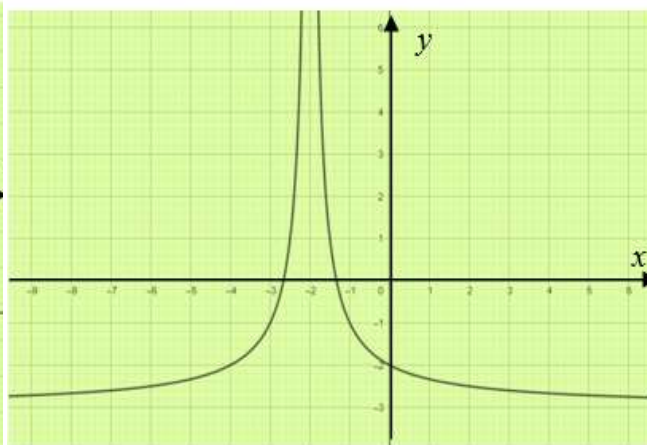
Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Funkcja f jest:

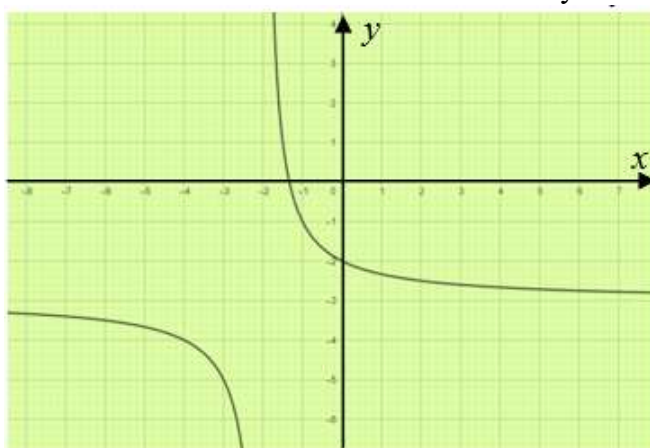
A.	rosnąca w przedziale $(-\infty, -2)$ i malejąca w przedziale $(-2, +\infty)$,	ponieważ warunkom zadania odpowiada tylko wykres funkcji f przedstawiony na	1.	Rysunku A
B.	malejąca w przedziale $(-\infty, -2)$ i malejąca w przedziale $(-2, +\infty)$,		2.	Rysunku B
C.	rosnąca w przedziale $(-\infty, -2)$ i rosnąca w przedziale $(-2, +\infty)$,		3.	Rysunku C



Rysunek A



Rysunek B

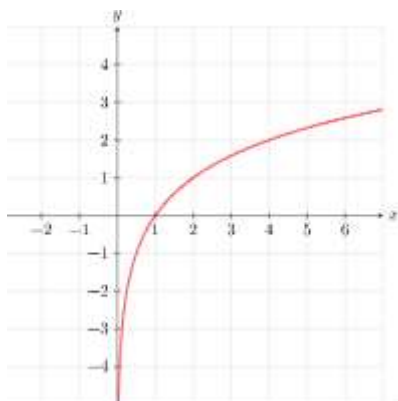


Rysunek C

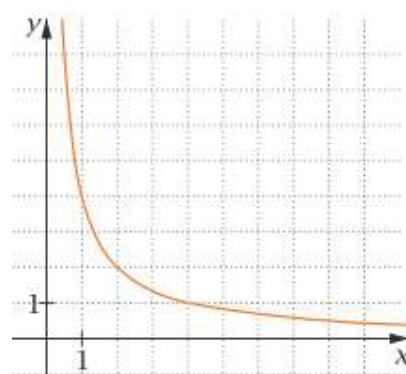
Zadanie 68 [V.13]

Który z wykresów przedstawia zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi?

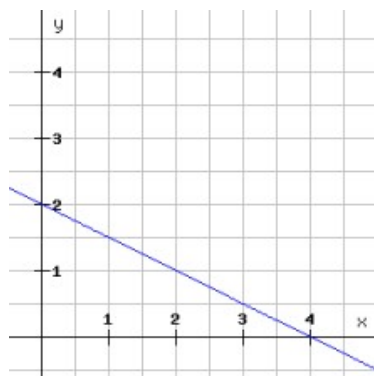
A.



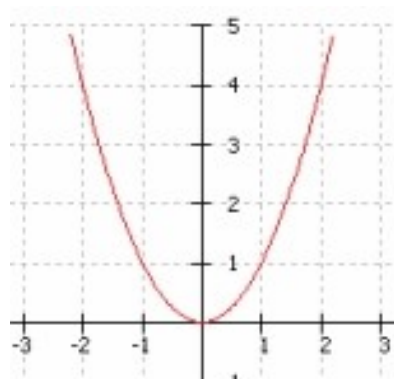
B.



C.



D.



Zadanie 69. [V.13]

Na zakup jabłek przeznaczono 240 zł.

Uzupełnij puste miejsca w poniższej tabeli wpisując odpowiednie liczby.

Ilość zakupionych jabłek w kg	75	120		200
Cena jabłek w zł za 1 kg			1,5	

Zadanie 70. [V.14]

W pewnej kolonii bakterii po każdej godzinie liczba bakterii zwiększa się o 30%.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Jeżeli kolonia składa się z 1000 bakterii, to po 12 godzinach ich ilość przekroczy 23000.	P	F
2.	Po 6 godzinach liczba bakterii zwiększy się pięciokrotnie.	P	F

Zadanie 71. [V.14]

W pewnym gospodarstwie hodowane są króliki. W momencie rozpoczęcia hodowli w gospodarstwie była jedna para królików. Po każdym kwartale liczba par królików się podwajała. Napisz wzór (postaci $y = f(x)$) pozwalający obliczyć ilość królików w hodowli w zależności od liczby ukończonych kwartałów działalności, przyjmując: y – liczbę par królików, a x – ilość ukończonych kwartałów hodowli.

Dokończ zdanie na podstawie własności otrzymanego wzoru funkcji. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Miedzy końcem 100 kwartału, a końcem 120 kwartału liczba par królików zwiększyła się

A.	1,2 razy	ponieważ wystarczy wyliczyć stosunek $f(120)$ do $f(100)$ wykorzystując wzór funkcji $y = f(x)$ w postaci	1.	$y = 2^x$
B.	1,44 razy		2.	$y = x^2$
C.	1048576 razy		3.	$y = 2x$

Zadanie 72. [V.14]

Poziom P głośności (natężenia) dźwięku (wyrażony w decybelach) można wyznaczyć ze wzoru

$$P = 10 \log \frac{K}{K_0},$$

gdzie K - natężenie dźwięku w $\left[\frac{\text{mW}}{\text{m}^2}\right]$ (czytamy miliwaty na metr kwadratowy), K_0 - natężenie dźwięku odpowiadające progowi słyszalności ($K_0 = 10^{-9} \left[\frac{\text{mW}}{\text{m}^2}\right]$). Zgodnie z zaleceniami dopuszczalny poziom hałasu nie powinien przekraczać 80 dB.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

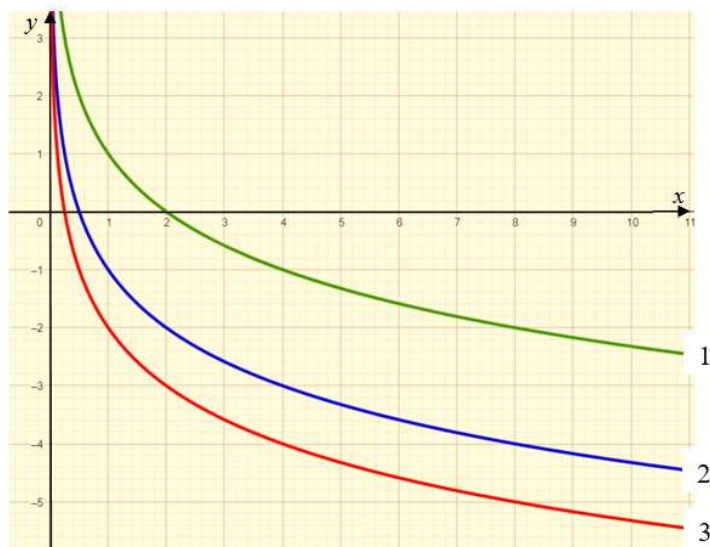
1.	Dopuszczalne natężenie dźwięku wynosi $0,1 \left[\frac{\text{mW}}{\text{m}^2}\right]$.	P	F
2.	Przy poziomie 120 dB dopuszczalne natężenie dźwięku zostało przekroczone 10000 razy.	P	F

Zadanie 73. [V.12, V.14]

Dokończ zdanie na podstawie własności otrzymanego wzoru funkcji. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

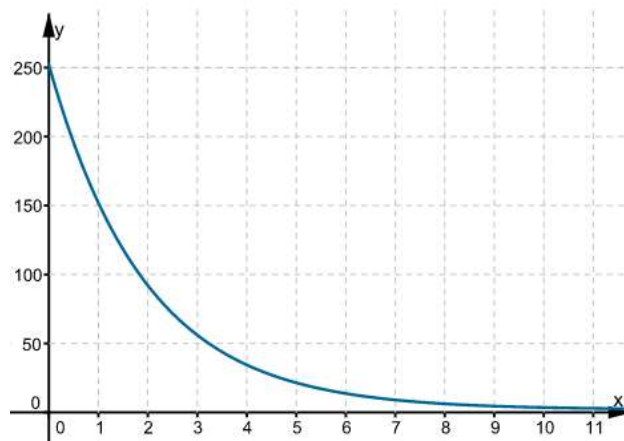
Na rysunku poniżej wykres funkcji $y = \log_{\frac{1}{2}} 2x$ jest przedstawiony krzywą o

A.	numerze 1,	ponieważ można go uzyskać z wykresu funkcji $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ poprzez	1.	przesunięcie o 2 jednostki w dół
B.	numerze 2,		2.	przesunięcie o 1 jednostkę w górę
C.	numerze 3,		3.	przesunięcie o 1 jednostkę w dół



Zadanie 74. [V.14]

Po podaniu pewnego leku do organizmu substancja czynna tego leku przenika do krwiobiegu. Następnie z każdą godziną ilość tej substancji maleje o 40% (patrz rysunek poniżej). Jeżeli podana dawka leku zawierała 250 mg substancji czynnej, to prawdą jest, że:

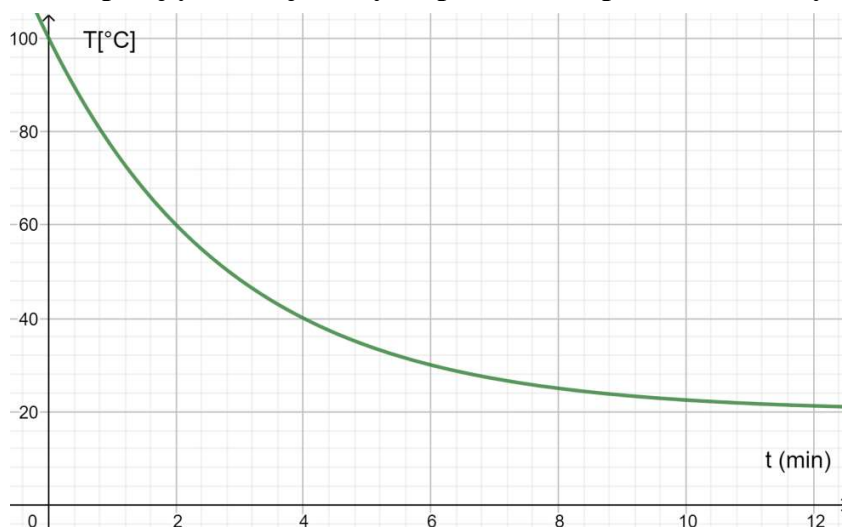


- A. Po dwóch godzinach w krwiobiegu pacjenta zostanie nie więcej niż 90 mg substancji czynnej.
- B. Po trzech godzinach w krwiobiegu pacjenta zostanie nie więcej niż 54 mg substancji czynnej.
- C. Po trzech godzinach w krwiobiegu pacjenta zostanie więcej niż 54 mg substancji czynnej.
- D. Po czterech godzinach w krwiobiegu pacjenta zostanie nie więcej niż 32,4 mg substancji.

Zadanie 75. [V.14]

Funkcja $f(x) = 80 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x + 20$ opisuje stygnięcie pewnego ciała w otoczeniu o stałej temperaturze (patrz rysunek poniżej).

Uzupełnij zdanie wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie liczby.



Początkowa temperatura ciała wynosiła Ciało ostygło do 60°C po minutach.

Zadanie 76. [V.14]

Podczas pewnego doświadczenia liczba bakterii, których początkowo było 600 podwajała się w ciągu pół godziny.

Uzupełnij zdanie wpisując w miejsce wy kropkowane odpowiednią liczbę.

Liczba bakterii w powyższym doświadczeniu po upływie 3,5 godziny wynosiła:

VI. Ciągi

Wymagania egzaminacyjne

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie, jak w przykładach:
 - a)
$$\begin{cases} a_1 = 0,001 \\ a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}a_n(1 - a_n) \end{cases}$$
 - b)
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$$
- 3) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
- 4) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- 5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 6) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- 7) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.

Zadanie 1. [VI.1]

Dane są nieskończone ciągi $a_n = \frac{12}{n+1}$ oraz $b_n = \frac{13}{n+3}$ określone dla $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	$a_n = b_n$, dla $n = 23$	ponieważ	1.	$a_1 = 4$ i $b_2 = 2,6$
B.	$a_n + 1 > b_n$, dla $n < 11$		2.	$a_{12} > b_{11}$
C.	$a_n - b_{n+1} = \frac{11}{4}$, dla $n = 1$		3.	$a_{23} = b_{23} = 0,5$

Zadanie 2. [VI.1]

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ dla $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Czwarty wyraz tego ciągu wynosi $\frac{1}{4}$.	P	F
Różnica $a_2 - a_4 = \frac{1}{4}$.	P	F

Zadanie 3.

Dane są dwa ciągi (a_n) i (b_n) określone następująco $a_n = \frac{2n-7}{n^2+3n+7}$, $b_n = 7 - \frac{1}{7}n$.

Zadanie 3.1. [VI.1]

Zapisz w miejsce wy kropkowane poniżej, wartość sumy kwadratów drugiego wyrazu ciągu (a_n) i trzydziestego piątego wyrazu ciągu (b_n)

.....

Zadanie 3.2. [VI.3]

Zapisz w miejsce wy kropkowane poniżej, czy ciąg (b_n) jest monotoniczny, a jeżeli tak, to określ, czy jest rosnący, czy malejący

.....

Zadanie 4. [VI.1, VI.4]

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = n^2 - 13n + 30$.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi):

- A. Czwarty wyraz ciągu (a_n) równa się -6
- B. Istnieją dwa wyrazy ciągu (a_n) o wartości równej 0
- C. Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie
- D. Suma pięciu początkowych wyrazów ciągu wynosi -10

Zadanie 5. [VI.1, VI.4]

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = n^2 - 13n + 30$.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi):

- A. Istnieje wyraz ciągu (a_n) o wartości równej 30
- B. Ciąg jest arytmetyczny
- C. Dziesiąty wyraz ciągu jest równy zero
- D. Dokładnie sześć wyrazów tego ciągu jest ujemnych

Zadanie 6. [VI.1, VI.3, VI.5]

Drugi wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) jest równy 9, a czwarty wyraz tego ciągu jest równy 19.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. Ciąg (a_n) jest malejący
- B. $S_5 = 70$
- C. Wzór ogólny tego ciągu to $a_n = 5n - 1$
- D. Różnicą tego ciągu jest $r = 10$

Zadanie 7. [VI.1, VI.3, VI.5]

Dany jest nieskończony ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym suma n początkowych wyrazów wyraża się wzorem $S_n = 2n^2 + n$.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi):

- A. Ciąg (a_n) jest rosnący
- B. $S_{15} = 465$
- C. Drugi wyraz tego ciągu jest równy 7
- D. Różnicą tego ciągu jest $r = 4$

Zadanie 8. [VI.1, VI.3, VI.6]

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , określony wzorem ogólnym $a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. $a_1 = \frac{3}{2}$
- B. $S_5 = \frac{93}{16}$
- C. Suma dziesięciu początkowych wyrazów ciągu jest równa $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9$
- D. Ciąg jest malejący

Zadanie 9. [VI.2]

Dane są dwa ciągi (a_n) i (b_n) określone następująco:

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{n+1} = 2a_n + 3(1 - 2a_n) \end{cases}, \quad \begin{cases} b_1 = 1 \\ b_2 = 2 \\ b_{n+2} = 2b_{n+1} - b_n \end{cases}.$$

Dokończ zdania wpisując w miejsca wykropkowane odpowiednie dane.

Wartość wyrażenia $a_3^2 - 2a_4$ wynosi Czwarty wyraz ciągu (b_n) jest równy

Zadanie 10. [VI.2, VI.3]

Ciąg (a_n) określony jest wzorem
$$\begin{cases} a_3 = \frac{12}{5} \\ a_{n+1} = 2 + \frac{2}{a_n} \end{cases} \text{ dla } n \in N, n \geq 1.$$

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. Pierwszy wyraz ciągu (a_n) równa się $\frac{2}{3}$
- B. Ciąg (a_n) jest rosnący
- C. Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie
- D. $a_4 = \frac{7}{6}$

Zadanie 11. [VI.2, VI.3, VI.5]

Dany jest nieskończony ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym $a_1 = -4$ i $S_{12} = 95$.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. Ciąg (a_n) jest rosnący
- B. Różnicą tego ciągu jest $r = 9$
- C. Średnia arytmetyczna dwunastu jego wyrazów jest liczbą wymierną
- D. $a_{11} = 86$

Zadanie 12. [VI.]

Dane są ciągi (a_n) , (b_n) , (c_n) , (d_n) , (e_n) określone następująco:

- $a_n = \frac{2^{n+1}}{3^n}$;
- n -ty wyraz ciągu (b_n) jest różnicą liczby 5 i ilorazu liczby n przez 12;
- $\begin{cases} c_1 = -5 \\ c_{n+1} = \frac{1}{3}c_n \end{cases}$;
- wyrazy ciągu (d_n) są następujące: $-2, 2, -2, 2, -2, 2, -2$;
- $e_n = \frac{\pi}{\sqrt[3]{n}}$.

Zadanie 12.1. [VI.3]

Zapisz w miejsce wy kropkowane wszystkie te ciągi (spośród wymienionych powyżej), które są malejące

.....

Zadanie 12.2. [VI.4]

Zapisz w miejsce wy kropkowane wszystkie te ciągi (spośród wymienionych powyżej), które są geometryczne

.....

Zadanie 13. [VI.3, VI.6]

Drugi wyraz ciągu geometrycznego (a_n) jest równy 8, piąty wyraz jest równy -512 .

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. $a_1 = -2$
- B. Ciąg jest malejący
- C. Ósmy wyraz tego ciągu to 32768
- D. Iloraz tego ciągu jest równy 4

Zadanie 14. [VI.5]

Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, w którym drugi wyraz jest równy 7, a siódmy wyraz wynosi -2 .

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Trzynasty wyraz tego ciągu jest równy Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

Zadanie 15. [VI.5]

Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, w którym suma dwunastu początkowych wyrazów jest równa 1, a czwarty wyraz tego ciągu wynosi $\sqrt{3}$.

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Wyraz a_1 jest równy Różnica ciągu (a_n) jest równa

Zadanie 16. [VI.6]

Dany jest ciąg geometryczny, którego pierwsze cztery wyrazy to: 3, a , b , c , 27.

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Liczba c wynosi Suma kolejnych czterech wyrazów tego ciągu począwszy od wyrazu piątego jest równa

Zadanie 17. [VI.6]

Iloraz ciągu geometrycznego wynosi 3, natomiast suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 20.

Dokończ zdanie wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Pierwszy wyraz tego ciągu wynosi, natomiast piąty wyraz tego ciągu jest równy

Zadanie 18. [VI.]

Dana jest funkcja o wzorze $f(x) = 2^x$.

Zadanie 18.1. [VI.1]

Liczby x , 5, y , w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego.

Zapisz w miejsce wy kropkowane poniżej liczbę, która jest średnią arytmetyczną podanych trzech liczb

.....

Zadanie 18.2. [VI.7]

Liczyby $f(x), f(7), f(y)$, w podanej kolejności, są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

Zapisz w miejsce wy kropkowane poniżej liczbę, która jest średnią arytmetyczną liczb $2x + 1, 7, 2y$.

.....

Zadanie 19. [VI.1, VI.3]

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = (-1)^n \cdot (2n - 1)$, dla $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Czwarty wyraz ciągu (a_n) wynosi 7.	P	F
Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F

Zadanie 20. [VI.2]

Dany jest ciąg $a_n = \begin{cases} a_1 = -4 \\ a_{n+1} = a_n + 2n, \quad n \geq 1 \end{cases}$

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	$S_4 = 0$	ponieważ	1.	$a_1 + a_2 = -(a_3 + a_4)$
B.	$-4a_3 = 2a_1$		2.	$a_3 = 2$
C.	$S_4 - a_1 = 6$		3.	$S_4 = 2$

Zadanie 21. [VI.2]

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3a_n + 2 \end{cases} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Drugi wyraz tego ciągu jest równy 8.	P	F
Trzeci wyraz tego ciągu jest równy 24.	P	F

Zadanie 22. [VI.2]

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 3 \\ a_{n+1} = 3a_n + 2a_{n-1} \end{cases} \quad \text{dla } n \geq 1.$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Trzeci wyraz tego ciągu jest równy 13.	P	F
Czwarty wyraz tego ciągu jest równy 46.	P	F

Zadanie 23. [VI.3.,VI.7.]

Ciąg $(a, b, -16)$ jest ciągiem arytmetycznym. Jeżeli do pierwszego wyrazu tego ciągu dodamy 2, do drugiego wyrazu dodamy 19, a trzeci zostawimy bez zmian, to otrzymane liczby (w podanej kolejności) utworzą niemonotoniczny ciąg geometryczny.

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Różnica podanego ciągu arytmetycznego wynosi

Wyrazy otrzymanego ciągu geometryczny to

Zadanie 24. [VI.3]

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = 2n - 5$, dla $n \geq 1$ jest malejący.	P	F
Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = 10 - 3n$, dla $n \geq 1$ jest rosnący.	P	F

Zadanie 25. [VI.3]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = \frac{2^n}{n}$, $n \in N_+$ jest ciągiem nierosnącym	ponieważ	1.	$a_{n+1} < a_n$
B.	Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = \frac{n+5}{2n-1}$, $n \in N_+$ jest ciągiem rosnącym		2.	$a_{n+1} = a_n$
C.	Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = (n+1)^2$, $n \in N_+$ jest ciągiem rosnącym		3.	$a_{n+1} > a_n$

Zadanie 26. [VI.4]

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg o wyrazach: 9, 13, 17, 20, 24, 28, ... jest arytmetyczny.	P	F
Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}n$, dla $n \geq 1$ nie jest arytmetyczny.	P	F

Zadanie 27. [VI.4]

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg o wyrazach: 4, -4, 4, -4, 4, -4, ... jest geometryczny.	P	F
Ciąg o wyrazie ogólnym: $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$, dla $n \geq 1$ nie jest geometryczny.	P	F

Zadanie 28. [VI.4]

Dane są ciągi (a_n) o wyrazach $\left(\frac{1}{\sqrt{3}+2}, 3, \sqrt{3}+4\right)$, ciąg (b_n) o wzorze ogólnym

$b_n = 5^n \cdot 2^{n-1}$ oraz ciąg (c_n) o wzorze ogólnym $c_n = \frac{n+1}{4^n}$.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Ciąg (a_n) jest arytmetyczny	ponieważ	1.	$3 - \frac{1}{\sqrt{3}+2} = \sqrt{3} + 1$
B.	Ciągi (b_n) i (c_n) są geometryczne		2.	$b_n = b_{n-1} \cdot 10$ i $c_n = c_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
C.	Ciąg (b_n) jest geometryczny		3.	$b_n = 10^{2n-1}$

Zadanie 29. [VI.4]

Dany jest nieskończony ciąg arytmetyczny (a_n) .

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. Ciąg (b_n) o wzorze ogólnym $b_n = 3a_n + 2$ jest arytmetyczny.
- B. Zachodzi równość $a_n = a_{n-2} + a_{n+2}$.
- C. Ciąg (c_n) o wzorze ogólnym $c_n = \frac{1}{2}a_n$ jest geometryczny.
- D. Zachodzi równość $2a_{15} = a_{10} + a_{20}$.

Zadanie 30. [VI.5]

Dany jest ciąg arytmetyczny o wyrazie ogólnym $a_n = -4n + 8$, gdzie $n \in N_+$.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	$r = -4$ i $S_3 = 0$	ponieważ	1.	$a_{n+1} - a_n = 4$
B.	$S_{13} = -260$		2.	$a_1 = 4, r = -4$
C.	$S_{13} < a_{67}$		3.	ciąg (a_n) jest niemalejący

Zadanie 31. [VI.5]

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Suma wszystkich liczb dwucyfrowych podzielnych przez 9 wynosi 580.	P	F
Suma wszystkich liczb dwucyfrowych nieparzystych wynosi 2475	P	F

Zadanie 32. [VI.6]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Istnieją dwie liczby rzeczywiste x , dla których ciąg $(x, -8, x^2)$ jest geometryczny.	ponieważ	1.	$a_5 = a_2 \cdot q^3$
B.	W ciągu geometrycznym $a_2 = 6, q = 3$. Wówczas suma trzydziestu początkowych wyrazów wynosi $3(1 - 3^{30})$		2.	$a_2 = \sqrt{a_1 \cdot a_3}$
C.	W pewnym ciągu geometrycznym iloraz piątego wyrazu przez trzeci wyraz jest równy -8 , zatem iloraz ciągu wynosi -2 .		3.	$a_1 = 2$

Zadanie 33. [VI.6]

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , w którym $a_1 \neq 0$ oraz iloraz $q \neq 0$ i $q \neq 1$.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. $a_6 = a_4 q^2$
- B. Piąty wyraz tego ciągu jest równy $\frac{S_5}{S_4}$
- C. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy $a_1 q$
- D. Drugi wyraz tego ciągu jest równy $\frac{a_1 a_9}{a_8}$

Zadanie 34. [VI.6]

Dany jest ciąg geometryczny o pierwszym wyrazie równym 4 i ilorazie 3.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Czwarty wyraz tego ciągu jest równy 108.	P	F
Suma czterech początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 160.	P	F

Zadanie 35. [VI.7]

Dany jest trójkąt prostokątny o polu 54. Długości jego boków tworzą ciąg arytmetyczny.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Jeden z boków tego trójkąta ma długość 15.	P	F
Obwód tego trójkąta wynosi 36.	P	F

Zadanie 36. [VI.7]

Wpłacamy do banku na lokatę 10000 zł. Kapitalizacja odsetek następuje co kwartał, przy oprocentowaniu 4% w skali roku. Nie dokonujemy żadnych wpłat i wypłat.

Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. Po upływie dwóch kwartałów pierwszego roku na lokacie będzie zgromadzone $10000 \cdot (1,01)^2$ zł.
- B. Po dwóch latach na lokacie będzie zgromadzone $10000 \cdot (1,04)^2$ zł.
- C. Po czterech latach na lokacie będzie zgromadzone $10000 \cdot (1,01)^{16}$ zł.
- D. Po pięciu latach na lokacie będzie zgromadzone $10000 \cdot (1,04)^{20}$ zł.

Zadanie 37. [VI.7]

Aniu umówiła się z rodzicami, że każdego miesiąca będzie dostawała kieszonkowe w wysokości trzykrotnej wartości kieszonkowego z miesiąca poprzedniego. Postanowiła, że wszystkie otrzymane pieniądze od rodziców będzie odkładać, by po roku czasu kupić sobie telefon. W pierwszym miesiącu dostała od rodziców 2 grosze.

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Wysokość kieszonkowego w ostatnim miesiącu oszczędzania będzie wynosić Maksymalna cena telefonu, jaki będzie mogła sobie kupić po roku oszczędzania wynosi (podaj wynik z dokładnością do 1 zł)

Zadanie 38. [VI.7]

Na lokacie bankowej złożono 25000 zł przy rocznej stopie procentowej w wysokości 4% . Odsetki są kapitalizowane co pół roku.

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	Podatek dochodowy w wysokości 18% naliczony po upływie roku wyniesie 180 zł	ponieważ	1.	$25000 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2$
B.	Po roku wysokość lokaty przekroczy 26000 zł		2.	$25000 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2$
C.	Po upływie czterech miesięcy wysokość lokaty wzrośnie o 2040 zł		3.	$\left(1 + \frac{2}{100}\right)^2 \cdot 0,18$

VII. Trygonometria

Wymaganie/a egzaminacyjne

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- 2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;
- 3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;
- 4) korzysta z wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
- 5) stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$;
- 6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).

Zadanie 1. [VII.1]

Dokończ zdanie wpisując w miejsca wykropkowane odpowiednie dane.

Wartości funkcji trygonometrycznych sinus, cosinus i tangens kąta, którego ramię wodzące przechodzi przez punkt $P = (2\sqrt{10}, 3)$ są równe odpowiednio

$$\sin \alpha = \dots\dots\dots \quad \cos \alpha = \dots\dots\dots \quad \operatorname{tg} \alpha = \dots\dots\dots$$

Zadanie 2. [VII.1]

Oblicz dokładną wartość wyrażeń i uzupełnij wykropkowane miejsca.

$$\sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ : \operatorname{tg} 135^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 135^\circ + \sin 90^\circ - \cos 135^\circ \cdot \operatorname{tg} 0^\circ = \dots\dots\dots$$

Zadanie 3. [VII.1]

Dany jest kąt rozwarty α , umieszczony w układzie współrzędnych, którego końcowe ramię przechodzi przez punkt $P(-4, 4)$. Wówczas prawdą jest, że (zaznacz właściwe odpowiedzi)

- A. $\alpha = 45^\circ$
- B. $\alpha = 135^\circ$
- C. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -2$
- E. $\alpha = 130^\circ$
- F. $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

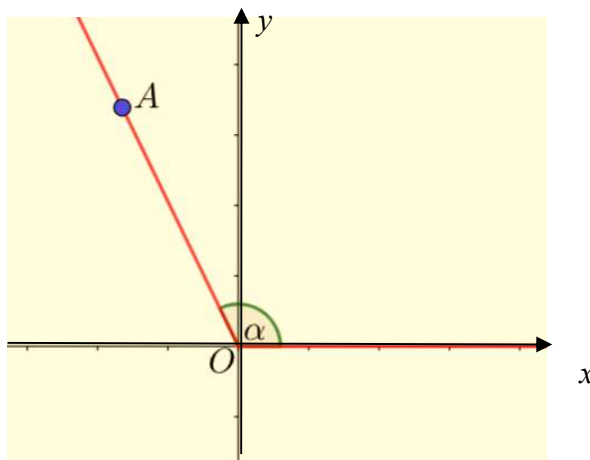
Zadanie 4. [VII.1]

Wiadomo, że $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$ i $\gamma = 60^\circ$. Wskaż, które z równości **nie** są prawdziwe:

- A. $18 \cdot \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha : (\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \gamma) = \sqrt{3}$
- B. $(\cos \beta - \cos \alpha)(\cos \beta + \cos \alpha) = -1$
- C. $4 \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \sin \gamma = 0,25$
- D. $\cos \gamma \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha}{4\sqrt{2} \sin \beta} = \frac{\sqrt{6}}{2}$
- E. $\sin \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} = 1,5$

Zadanie 5. [VII.1]

Na rysunku poniżej zaznaczono punkt A (o odciętej równej -2) na jednym z ramion kąta α . Długość odcinka OA wynosi $\sqrt{6}$.

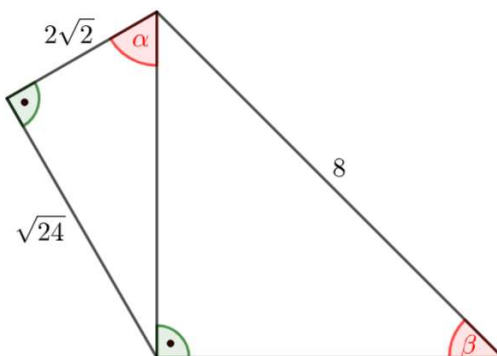


Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.	P	F
2.	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.	P	F

Zadanie 6. [VII.1]

Na rysunku poniżej umieszczony jest czworokąt.



Na podstawie danych umieszczonych na powyższym rysunku oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\alpha = 30^\circ$.	P	F
2.	$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.	P	F

Zadanie 7. [VII.1]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

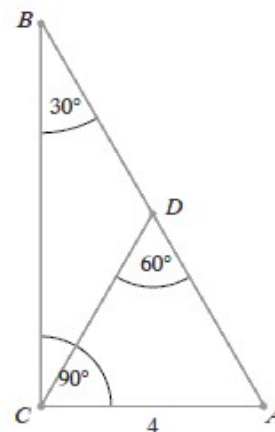
Kąt rozwarty rombu ma miarę $\alpha = 135^\circ$, a jego obwód jest równy $L = 24$. Wobec tego:

A.	dłuższa przekątna d rombu ma długość $6\sqrt{(2 - \sqrt{2})}$	ponieważ można skorzystać z faktu, że	1.	$P = \frac{1}{16} \cdot L^2 \cdot \sin \alpha$
B.	pole rombu P jest równe $18\sqrt{2}$		2.	jedna z wysokości rombu ma długość $6\sqrt{2}$
C.	pole rombu P jest równe $36\sqrt{2}$		3.	$d^2 = \frac{L^2}{8} - \frac{L}{2} \cdot d \cdot \cos \alpha$

Zadanie 8. [VII.1]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., albo 2.

Korzystając z rysunku obok wskaż prawdziwy warunek i jego uzasadnienie.



A.	$ BC = 4\sqrt{3}$	ponieważ	1.	$\frac{ BC }{ AB } = \sin 30^\circ$
B.	$ BC = 8$ i $ AB = 8\sqrt{3}$		2.	Trójkąt ACD jest równoboczny i trójkąt BCD jest równoramienny

Zadanie 9. [VII.1]

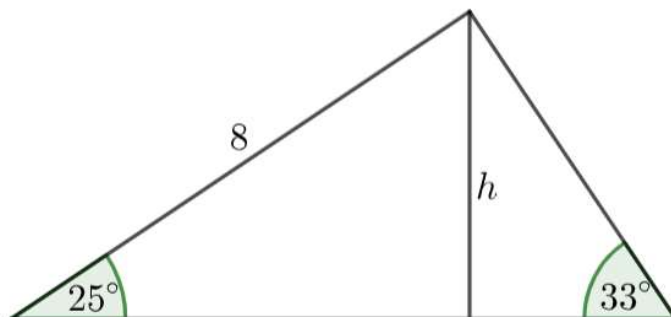
Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

W trójkącie prostokątnym dane są przyprostokątne x i y oraz przeciwprostokątna o długości 4. Wiadomo, że kąt ostry α pomiędzy przyprostokątną x i przeciwprostokątną ma miarę 30° . Wobec tego:

A.	$x = 2\sqrt{3}$	ponieważ	1.	$\sin 60^\circ = \frac{y}{4}$
B.	$y = 2\sqrt{3}$		2.	$\cos 30^\circ = \frac{x}{4}$
C.	$x = 2$		3.	$\cos 30^\circ = \frac{1}{2}$

Zadanie 10. [VII.1, VII.2]

Na rysunku poniżej pokazany jest trójkąt o wysokości h i obwodzie L .

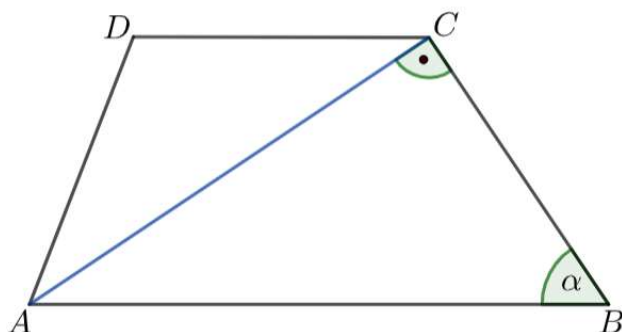


Na podstawie danych umieszczonych na powyższym rysunku oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$h \in \langle 3,2; 3,4 \rangle$.	P	F
2.	$26 < L < 27$.	P	F

Zadanie 11. [VII.1, VII.2]

Na rysunku poniżej dany jest trapez $ABCD$, w którym kąt ostry $\alpha = 55^\circ$, przekątna AC ma długość 12 cm oraz $|AD| = |CD|$.

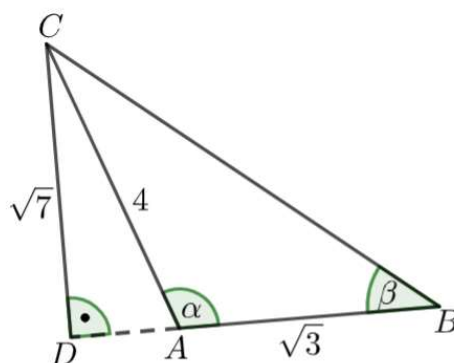


Na podstawie danych podanych powyżej oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Przyjmij dokładność wyników rzędu 1 cm.

1.	Wysokość trapezu wynosi około 7 cm.	P	F
2.	Obwód trapezu wynosi około 36 cm.	P	F

Zadanie 12. [VII.1, VII.2, VII.3]

Na rysunku poniżej dany jest trójkąt ABC i jedna z jego wysokości CD . Przyjmij, że $|AB| = \sqrt{3}$ cm, $|AC| = 4$ cm oraz $|CD| = \sqrt{7}$ cm.



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Przyjmij dokładność wyników rzędu 2° .

1.	Miara kąta α wynosi około 139° .	P	F
2.	Miara kąta β należy do przedziału $(27^\circ; 29^\circ)$	P	F

Zadanie 13. [VII.1, VII.2, VII.5]

Bok prostokąta ma długość 18 cm. Kąt między tym boki a przekątną ma miarę 37° .

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Długość przekątnej prostokąta z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku jest równa

Pole prostokąta z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku jest równe

Zadanie 14. [VII.1, VII.4]

Dany jest kąt o mierze α taki, że $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ i $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Dokończ zdanie wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Dla kąta α spełnione jest równanie $\cos \alpha = \dots\dots\dots$ i $\tan \alpha = \dots\dots\dots$

Zadanie 15. [VII.1, VII.4]

Dany jest kąt o mierze α taki, że $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$ i $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Dokończ zdanie wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Dla kąta α spełnione są równania

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \dots\dots\dots \text{ oraz } (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1 = \dots\dots\dots$$

Zadanie 16. [VII.1, VII.4]

Oblicz wartość wyrażenia i uzupełnij wykropkowane miejsca

$$\cos 32^\circ \cdot \operatorname{tg} 32^\circ - \cos 58^\circ = \dots\dots\dots$$

$$\sin 42^\circ \cdot \cos 48^\circ + \sin^2 132^\circ = \dots\dots\dots$$

Zadanie 17. [VII.2]

Zaznacz zdania prawdziwe:

- A. $\sin 53^\circ > \cos 53^\circ > \operatorname{tg} 53^\circ$
- B. $\cos 20^\circ > \cos 30^\circ > \sin 65^\circ$
- C. $0,5 \cdot \sin^2 51^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos^2 39^\circ = 0$
- D. $\sin^2 27^\circ + \cos^2 63^\circ = 1$
- E. $\frac{1}{\operatorname{tg} 46^\circ} < \operatorname{tg} 45^\circ < \operatorname{tg} 46^\circ$

Zadanie 18. [VII.2]

Zaznacz wyrażenia, których wartość należy do przedziału $\langle \frac{1}{2}; 1 \rangle$.

- A. $\operatorname{tg} 43^\circ \cdot \operatorname{tg} 44^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 46^\circ \cdot \operatorname{tg} 47^\circ$
- B. $\frac{1}{\operatorname{tg} 40^\circ} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} 50^\circ} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} 60^\circ}$
- C. $\sin^2 75^\circ + \sin^2 15^\circ - 2 \sin 30^\circ$
- D. $\operatorname{tg} 89^\circ : \operatorname{tg} 84^\circ : \frac{1}{\operatorname{tg} 16^\circ}$

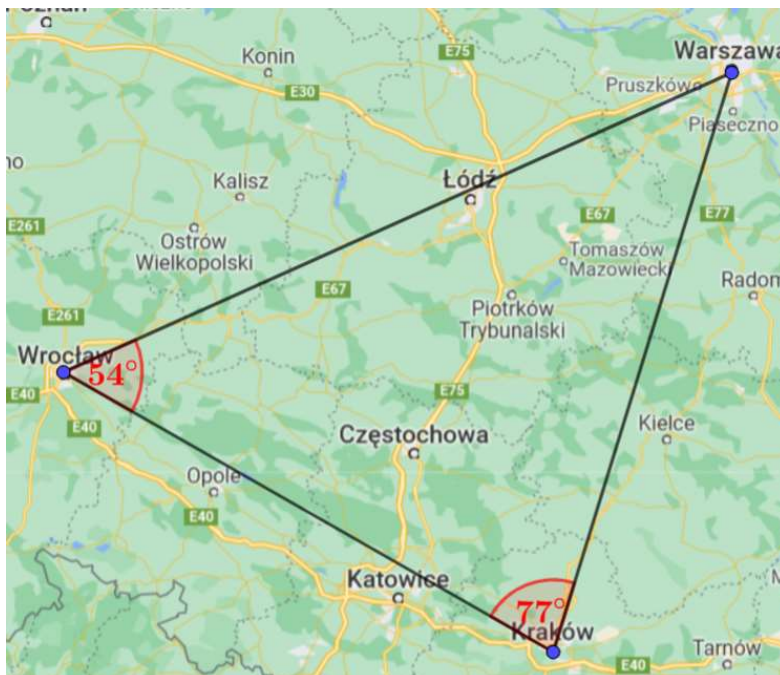
Zadanie 19. [VII.2]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	$\operatorname{tg} 35^\circ \cdot \frac{2}{\operatorname{tg} 55^\circ} = -2$	ponieważ	1.	$\sin 44^\circ = \cos 46^\circ$
B.	$\sin^2 46^\circ = 1 - \sin^2 44^\circ$		2.	$\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)} = 1$
C.	$\sin 32^\circ + \sin 3^\circ + \sin 10^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$		3.	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Zadanie 20. [VII.2, VII.6]

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment mapy. Przyjmijmy, że w rzeczywistości odległość między Krakowem, a Wrocławiem (w linii prostej) wynosi 235 km.



Korzystając z rysunku i powyższych danych oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Przyjmij dokładność wyników rzędu 5 km.

1.	Odległość (w linii prostej) między Warszawą a Krakowem wynosi około 320 km.	P	F
2.	Odległość (w linii prostej) między Warszawą a Wrocławiem wynosi około 300 km.	P	F

Zadanie 21. [VII.3]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

W trójkącie prostokątnym przyprostokątna x o długości 6 leży naprzeciw kąta α o mierze 20° , przyprostokątna y naprzeciw kąta β , a przeciwprostokątną jest z . Wobec tego:

A.	$y = 2,052$	ponieważ	1.	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$
B.	$z \approx 17,54$		2.	$x = 6 \cdot \cos \beta$
C.	$x = 6 \cdot \sin(90^\circ - \alpha)$		3.	$\sin \alpha = \frac{6}{z}$

Zadanie 22. [VII.4]

Jeżeli kąt $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$ oraz $\sin \alpha = \frac{\sqrt{11}}{6}$, to prawdą jest, że:

- A. $\cos \alpha = \frac{5}{6}$
- B. $\operatorname{tg} \alpha \cdot (\operatorname{tg} \alpha)^{-1} + \frac{1}{\cos} = \frac{6}{\sqrt{11}}$
- C. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{\sqrt{11}}$
- D. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{11}}{5}$

Zadanie 23. [VII.4]

Kąt α jest ostry oraz dane jest wyrażenie $W = \sqrt{9 \sin^2 \alpha + 9 \cos^2 \alpha}$. Wówczas wartość wyrażenia W należy do zbioru:

- A. $\langle 3; 4 \rangle$
- B. $(8; 9)$
- C. $(\frac{2}{3}; \frac{5}{3})$
- D. $\langle 0, 3 \rangle$
- E. $\{-2, 3\}$

Zadanie 24. [VII.4]

Dany jest kąt α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{7}$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Zachodzi równość $\sin \alpha \cdot \left(\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = 1$.	P	F
2.	Wartość wyrażenia $\frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$ równa się $\frac{1}{\sqrt{7}}$.	P	F

Zadanie 25. [VII.4]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

A.	$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = 1$	ponieważ	1.	$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$
B.	$\sin^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ = 1$		2.	$\sin(90^\circ - 40^\circ) = \cos 40^\circ$
C.	$2 \sin^2 34^\circ + 2 \sin 65^\circ \cdot \frac{\cos^2 34^\circ}{\sin 65^\circ} = 2$		3.	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Zadanie 26. [VII.4]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

Prawda jest, że:

A.	$\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 1$	ponieważ	1.	$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$
B.	$\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha$		2.	$\cos^2(90^\circ - \alpha) = 1 + \sin^2 \alpha$

Zadanie 27. [VII.5]

Trójkąt prostokątny wpisano w okrąg o promieniu 5 cm, a stosunek przyprostokątnych wynosi $\frac{3}{4}$. Zaznacz zdania prawdziwe:

- A. Jeden z kątów ostrych ma miarę z przedziału $(35^\circ; 38^\circ)$
- B. Kąt ostry naprzeciw boku o długości 4 cm ma miarę 53°
- C. Cosinus większego z kątów ostrych trójkąta jest równy $\frac{3}{5}$
- D. Pole trójkąta jest równe 24 cm^2
- E. Tangens mniejszego z kątów ostrych jest równy $\frac{4}{5}$

Zadanie 28. [VII.5]

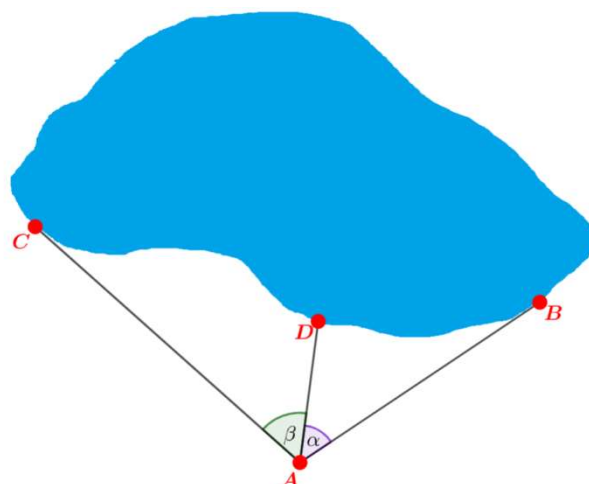
Dany jest trójkąt o polu $P = 18 \text{ cm}^2$ i długości dwóch jego boków $b = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ oraz $c = 4 \text{ cm}$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Obwód trójkąta jest mniejszy niż 23 cm.	P	F
2.	Długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie mieści się w przedziale $(\frac{26}{5}, \frac{27}{5})$.	P	F

Zadanie 29. [VII.5]

Pan Andrzej pojechał na odpoczynek nad Jezioro Niebieski (zobacz rysunek obok). Zamieszkał w miejscowości A, natomiast w punktach B, C i D znajdują się przystanie wodne. Pewnego dnia Pan Andrzej postanowił wyznaczyć odległości (w linii prostej) jakie dzielą przystanie B i D oraz B i C. W tym celu zmierzył odległość między A i B – wynosi 12 km, między A i C – 18 km



oraz między A i D – wynosi 10 km. Ponadto zmierzył kąty α i β oraz otrzymał wyniki $\alpha = 45^\circ$ i $\beta = 60^\circ$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Odległość (w linii prostej) między przystaniami B i C wynosi około 19 km. Przyjmij dokładność rzędu 1 km.	P	F
2.	Odległość (w linii prostej) między przystaniami B i D wynosi $2\sqrt{61} - 30\sqrt{2}$ km.	P	F

Zadanie 30. [VII.5]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

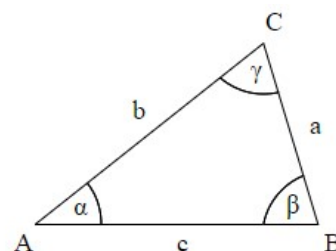
Pole trójkąta ABC , w którym bok AB ma długość 6 cm, a bok AC ma długość $\sqrt{3}$ cm jest równe $1,5\sqrt{6}$ cm². Wobec tego:

A.	Kąt α pomiędzy bokami AB i AC ma miarę 45°	ponieważ	1.	Trójkąt ABC jest równoramienny.
B.	Wysokość trójkąta opuszczona na bok AB ma długość $0,5\sqrt{3}$		2.	$\sin \alpha = \frac{2P}{ AB \cdot AC }$, gdzie P oznacza pole trójkąta

Zadanie 31. [VII.5]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

W trójkącie ostrokątnym ABC (jak na rysunku obok) dane są $a = 4$ cm, $b = 3$ cm oraz $\alpha = 45^\circ$. Prawdą jest, że:



A.	Promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość $4\sqrt{2}$ cm	ponieważ	1.	$\frac{a}{\sin \alpha} = 2R$
B.	$\sin \beta = \frac{4}{3}\sqrt{2}$		2.	$\sin \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$
C.	Promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość $2\sqrt{2}$ cm			

Zadanie 32. [VII.5]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Boki trójkąta ABC mają długości $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 6$ cm, $|AC| = 5$ cm oraz $\alpha = |\angle CAB|$. Prawdą jest, że:

A.	Trójkąt ABC jest ostrokątny	ponieważ	1.	$8^2 < 6^2 + 5^2$
B.	$38^\circ < \cos \alpha < 39^\circ$		2.	$\cos \alpha \in (0,1)$
C.	Trójkąt ABC jest rozwartokątny		3.	Cosinus jednego z kątów tego trójkąta jest ujemny

Zadanie 33. [VII.5]

Na trójkącie ABC opisano okrąg o promieniu 6. Najdłuższy bok trójkąta AB ma długość $6\sqrt{3}$. Wobec tego, prawdą jest, że:

- A. trójkąt ABC jest prostokątny
- B. największy kąt tego trójkąta może mieć miarę 60°
- C. największy kąt tego trójkąta może mieć miarę 120°
- D. największy kąt tego trójkąta ma miarę 150°
- E. najmniejszy kąt ma miarę 60°

Zadanie 34. [VII.5, VII.6]

W trójkącie ABC dane są: $|AB| = 3\sqrt{2}$, miara kąta trójkąta przy wierzchołku B wynosi 45° , a miara kąta przy wierzchołku C wynosi 30° .

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Długość boku AC jest równa

Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy

Zadanie 35. [VII.5, VII.6]

Dokończ zdania wpisując w miejsca wy kropkowane odpowiednie dane.

Okrąg o promieniu 20 jest opisany na trójkącie, którego kąty pozostają w stosunku $3 : 4 : 5$.

Długości trzech boków tego trójkąta są równe

Zadanie 36. [VII.6]

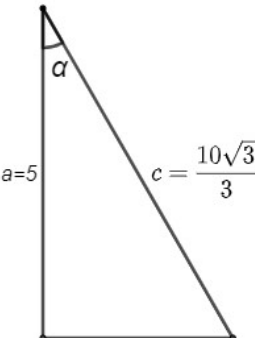
Ogrodnik wyznaczył klomb lawendowy w kształcie trójkąta prostokątnego, którego krótsza przyprostokątna ma długość 130 cm, a przeciwprostokątna ma długość 4 m. Zaznacz zdania prawdziwe.

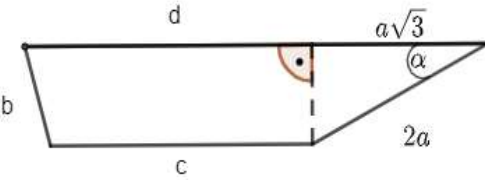
- A. Kąty ostre klombu mają miary około 71° i 19°
- B. Jeden z kątów ostrych jest o około 52° większy od drugiego kąta ostrego

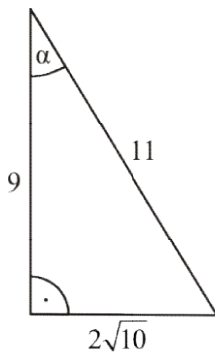
- C. Jeden z kątów ostrych jest o około 74° mniejszy od kąta prostego
 D. Kąty ostre klombu mają miary około: 24° i 65°

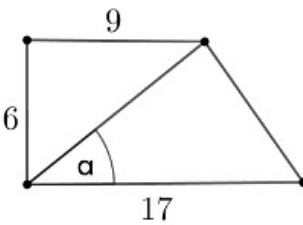
Zadanie 37. [VII.6]

Korzystając z odpowiednich funkcji trygonometrycznych zaznacz rysunki, na których kąt $\alpha = 30^\circ$

A. 

B. 

C. 

D. 

Zadanie 38. [VII.6]

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości $|AB| = 3$ cm, $|BC| = 4$ cm, $|AC| = 6$ cm.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Przyjmij dokładność wyników rzędu 2° .

1.	Miara kąta BAC wynosi około 26° .	P	F
2.	Miara kąta ABC wynosi około 63° .	P	F

ODPOWIEDZI

FUNKCJE

1.	2.	3.	4.
B2	PF	B3	B, D, F
5.	6.	7.	8.
B1	C, E	5	FF
9.	10.	11.	12.
PF	-6	FP	B2
13.	14.	15.	16.
A, D	A, B	B1	FF
17.	18.	19.	20.
C, F	A2	$\langle -3, -1 \rangle \cup \langle 2, 7 \rangle$	B, D
21.	22.	23.	24.
PF	B2	malejąca	C3
25.	26.	27.	28.
PP	C, D, E	27.1. $f(x) = 3x + 10$ 27.2. $x = \frac{8}{3}, (0, -8)$	B, C, E
29.	30.	31.	32.
PF	$\frac{3}{\sqrt{3}}$	31.1. $f(x) = \frac{4}{3}x$ 31.2. $(0, 2), (\frac{8}{3}, 0),$	A2
33.	34.	35.	36.
A3	B, C	PP	A, C
37.	38.	39.	40.
37.1. $x = 2$ 37.2. $x = -1$ 37.3. $(0, 6)$ 37.4. $x > 2$	$f(x) = 4(x - 2)$	39.1. $y = 0,5x^2$ 39.2. (wykres)	A1
41.	42.	43.	44.
rosnąca $(-\infty, -7)$ malejąca $(-7, +\infty)$	B, D	$ZW_f = \langle 2, +\infty \rangle,$ $x = -3$	PP
45.	46.	47.	48.
C1	FP	B, C	B, C
49.	50.	51.	52.
$f(x) = x^2 + 2x - 3$	PF	B3	A, C
53.	54.	55.	56.
53.1. 9, dla $x = 1$ 53.2. -3 dla $x = -1$	54.1. FP 54.2. C1	FF	A3

57.	58.	59.	60.
A, B, E	32, dla $x = 8$	PP	C2
61.	62.	63.	64.
FP	A3	63.1. $(2,7)$, 63.2. $\langle 2,16 \rangle$ 63.3. $\langle -3,2 \rangle$, 63.4. $\langle -10,4 \rangle$	B
65.	66.	67.	68.
A, C	PF	C1	B
69.	70.	71.	72.
3,2 zł, 2 zł, 160 kg, 1,2 zł	PF	C1	PP
73.	74.	75.	76.
B3	A, B, D	100°C, po 2 minutach	76800

CIĄGI

1.	2.	3.	4.
A3	PP	3.1 $4\frac{9}{289}$ 3.2 malejący	A, B
5.	6.	7.	8.
A, C, D	B, C	A, B, C, D	B, D
9.	10.	11.	12.
$a_3^2 - 2a_4 = 2787$, $b_4 = 4$	A, C	A, C	12.1. $(a_n), (b_n), (c_n)$. 12.2. $(a_n), (c_n), (d_n), (e_n)$.
13.	14.	15.	16.
A, C	$a_{13} = -12,8$; $S_{10} = -2$.	$a_1 = \frac{22\sqrt{3} - 1}{10}$, $r = \frac{1 - 12\sqrt{3}}{30}$.	$c = 9\sqrt{3}$, $S = 108(1 + \sqrt{3})$.
17.	18.	19.	20.
$a_1 = \frac{20}{121}$, $a_5 = 13\frac{47}{121}$.	18.1. 5 18.2. 12	PF	B2
21.	22.	23.	24.
PF	PF	$a = -5$, ciąg geom. $(-4, 8, -16)$.	FF
25.	26.	27.	28.
C3	FF	PF	A1
29.	30.	31.	32.
A, D	B2	FP	C1

33.	34.	35.	36.
A, D	PP	PP	A, C
37.	38.		
3542,94 zł, 5314 zł.	B1		

TRYGONOMETRIA

1.	2.	3.	4.
$\sin \alpha = \frac{3}{7},$ $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{7},$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{4}$ i 0	B, C, D	A, B, D
5.	6.	7.	8.
PF	FP	B1	A2
9.	10.	11.	12.
A2	PP	PF	PP
13.	14.	15.	16.
22,54 cm; 244,15 cm ²	$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3},$ $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$	$\frac{2\sqrt{3}}{7}$ i $\frac{4\sqrt{3}}{7}$	0 i 1
17.	18.	19.	20.
C, E	A, B	B1	FP
21.	22.	23.	24.
B3	A, D	A, E	PP
25.	26.	27.	28.
C3	B1	A, C, D	FP
29.	30.	31.	32.
FP	A2	C1	C3
33.	34.	35.	36.
B, C	6 i $3\sqrt{2}$	$20\sqrt{2}, 20\sqrt{3},$ $10(\sqrt{6} + \sqrt{2})$	A, B
37.	38.		
A, B	FF		