**Matematyka. Solidnie od podstaw**

**Wymagania na poszczególne oceny**

**KLASA 3**

**ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY**

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

***Wymagania na ocenę dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.***

***Wymagania na ocenę dobrą*** *zawierają wymagania na ocenę dostateczną I dopuszczającą*

***Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą***

***Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na oceną bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą***

Prezentowane wymagania to **propozycja** wymagań na poszczególne oceny. Zachęcamy do ich weryfikacji po właściwej diagnozie, czyli po zapoznaniu się z możliwościami uczniów w obszarze matematyki.

**Uczeń powinien otrzymać ocenę:**

**dopuszczającą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

**dostateczną**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

**dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

**bardzo dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

**celującą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

**Uwaga: Treści zapisane kursywą są powtórzeniem z planu wynikowego klasy 1, zakres rozszerzony.**

1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. |
| **2** | Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych  |
| **3** | Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych |
| **4** | Działania na ułamkach algebraicznych |
| **5** | Równania wymierne |
| **6** | Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych |
| **7** | Nierówności wymierne |
| **8** | Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb |
| **9** | Funkcja homograficzna |
| **10** | Funkcje wymierne |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej | potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie | rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań | rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej |
| zna definicję równania wymiernego |  |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne |  |
| zna definicję nierówności wymiernej |  |
| potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne |  |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności |  |
| wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem |  |
| zna definicję funkcji wymiernej |  |
| potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej |  |
| zna definicję funkcji homograficznej $y=\frac{ax+b}{cx+d}, gdzie c\ne 0 $$$i ad-cb\ne 0$$ |  |
| potrafi przekształcić wzór funkcji $y=\frac{ax+b}{cx+d}, gdzie c\ne 0 $$i ad-cb\ne 0$ do postaci $y=\frac{k}{x-p}+q$ |  |
| potrafi naszkicować wzór funkcji $y=\frac{k}{x-p}+q$  |  |
| potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi *OY* |   |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y=\frac{k}{x-p}+q$ |  |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną |
| potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną) |
| potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem |
| potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych |
| potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej |
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna |  |
| potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych |  |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |

1. **CIĄGI**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów |
| **2** | Monotoniczność ciągów |
| **3** | Ciąg arytmetyczny |
| **4** | Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| **5** | Ciąg geometryczny |
| **6** | Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| **7** | Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne |
| **8** | Lokaty pieniężne i kredyty bankowe |
| **9** | Granica ciągu liczbowego |
| **10** | Obliczanie granic ciągów zbieżnych |
| **11** | Wybrane własności ciągów zbieżnych |
| **12** | Ciągi rozbieżne do nieskończoności  |
| **13** | Szereg geometryczny |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) | wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych | potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; |
| zna definicję ciągu arytmetycznego | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; | określa monotoniczność ciągu arytmetycznego |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny | wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę | wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;  | potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego; |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych; |
| zna definicję ciągu geometrycznego; | stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; | potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady) |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz | potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;  | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; | oblicza oprocentowanie lokaty |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji | określa okres oszczędzania |
| rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; | oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych |
| potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); | oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego |
| potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; |  |
| zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;  |  |
| sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |  |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym | potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu |
| wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyraów ciągu arytmetycznego |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego | zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |  |
| stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |  |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny |   |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |   |
| potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym |   |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym |   |
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |   |
| oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych |   |
| zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego |   |
| zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych |   |
| stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach |

1. **KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Reguła mnożenia i reguła dodawania |
| **2** | Wariacje |
| **3** | Permutacje |
| **4** | Kombinacje |
| **5** | Kombinatoryka – zadania różne |
| **6** | Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; | wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań |
| zywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  | wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia | w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów |
| wypisuje permutacje danego zbioru | rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona  |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru |  |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni |   |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń  |   |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami |   |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |   |
| zna symbol Newtona |   |
| oblicza wartość symbolu Newtona |   |
| zna własności symbolu Newtona |  |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |
| rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona | prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki |
|   | prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki  |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Podział czworokątów. Trapezoidy |
| **2** | Trapezy |
| **3** | Równoległoboki |
| **4** | Okrąg opisany na czworokącie |
| **5** | Okrąg wpisany w czworokąt |
| **6** | Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie |
| **7** | Podobieństwo. Czworokąty podobne |

**Uczeń:**

|  |
| --- |
| **PODSTAWOWE** |
| **K**  | **P** |
| zna podział czworokątów; | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; | umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |   |
| wie, jakie własności ma romb; |   |
| zna własności prostokąta i kwadratu; |   |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; |   |
| zna własności deltoidu; |   |
| rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; |   |
| zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; |   |
| potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; |   |
| zna i rozumie definicję podobieństwa; |   |
| potrafi wskazać figury podobne; |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; |
| potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; |
| potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; | potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta; |
|   | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. |

1. **GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Pole prostokąta Pole kwadratu |
| **2** | Pole równoległoboku. Pole rombu |
| **3** | Pole trapezu |
| **4** | Pole czworokąta |
| **5** | Pola figur podobnych |
| **6** | Mapa. Skala mapy |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| *zna twierdzenie o polach figur podobnych;*  | *potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;* |
| *zna twierdzenie sinusów;* | *potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;* |
| *zna twierdzenie cosinusów;* | *potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;* |
| *rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;* | *potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;* |
| *zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;* | *potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;* |
| *potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;* | *umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;* |
| *zna twierdzenie o polach figur podobnych;*  |  |
| *zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;*  |  |
| *wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań* |  |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; |
| zna wzory na pole równoległoboku;  | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |   |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |   |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| *potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;* | *potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;* |
| *potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;* | *rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)*  |
| *potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;* | *potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.* |
| *potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;* |  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; |
|   | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; |
|   | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; |
|   | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| *potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.* |
| *potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;* |
| *potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń* |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |

1. **ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Granica funkcji w punkcie |
| **2** | Obliczanie granicy funkcji w punkcie |
| **3** | Granice jednostronne funkcji w punkcie |
| **4** | Granica funkcji w nieskończoności |
| **5** | Granica niewłaściwa funkcji |
| **6** | Ciągłość funkcji w punkcie |
| **7** | Ciągłość funkcji w zbiorze |
| **8** | Asymptoty wykresu funkcji |
| **9** | Pochodna funkcji w punkcie |
| **10** | Funkcja pochodna |
| **11** | Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej |
| **12** | Styczna do wykresu funkcji |
| **13** | Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji |
| **14** | Ekstrema lokalne funkcji |
| **15** | Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale |
| **16** | Zadania optymalizacyjne |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu | uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie |
| zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie  | oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie |
| oblicza granice funkcji w punkcie | oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie |
| zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie | stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie  |
| oblicza granice funkcji w nieskończoności | sprawdza ciągłość funkcji w punkcie |
| oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie | sprawdza ciągłość funkcji |
| oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie | wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji |
| wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji | stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania |
| wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji | potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze) |
| zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie |  potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji |
| korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie | potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej |
| zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji | potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej |
| zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym |
| potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów | potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres |
|  zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej | potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych |

|  |
| --- |
| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| **R** | **D** |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji |
| stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym | potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach | potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk |
| zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa) | potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji |
| potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją) | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności |
| zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji |   |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna |   |
| potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych |   |
| wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki |   |
| wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna |   |
| wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie |   |

| **WYKRACZAJĄCE** |
| --- |
| **W** |
| rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną; |

1. **TRYGONOMETRIA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych |
| **2** | Równania trygonometryczne |
| **3** | Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy |
| **4** | Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta |
| **5** | Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych |
| **6** | Nierówności trygonometryczne |
| **7** | Pochodne funkcji trygonometrycznych |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| *zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;* | *potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°;* |
| *potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;* | *zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;* |
| *potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);* | *potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;* |
| *potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;* | *potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta* |
| *zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30, 45, 60;* | *potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;* |
| *wie co to jest miara łukowa kąta;* | *potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;* |
| *potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie* | *potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax* |
| *zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;* | *umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a*, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; |
| *umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;* | *potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;* |
| *potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta* | *potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;*  |
| *zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;* | *zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;* |
| *zna wzory redukcyjne;* | *potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;* |
| *potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x i omówić jej własności;* | *potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów* |
| *potrafi naszkicować wykres funkcji y = cos x i omówić jej własności;* | *potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);* |
| *potrafi naszkicować wykres funkcji* y = tg x i omówić jej własności; | *wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;* |
| *potrafi naszkicować wykres funkcji* y = ctg x i omówić jej własności; |  |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor) | potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; |
| zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; | oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne |
| potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych | oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych  |
| zna granice funkcji $\frac{sinx}{x}$ przy x dążącym do 0 |  |
| zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| *potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;* | *potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;* |
| *potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;* | *potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;* |
| *potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;* | *potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;* |
| *wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;* | *potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;* |
| *potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta* | *potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;* |
| *potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej* | *potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkocowac jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekszłatcenia;* |
| *potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)* | *potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz y* = *s*  *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s*  *x*), gdzie *s*  0; |
| *potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:* |  |
| *potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;* |  |
| *potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);* |  |
| *potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;* |  |
| *potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;* |  |
| *potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;* |  |
| *potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;* |  |
| *potrafi szkicować wykresy funkcji y* = -*f*(*x*) oraz *y* = *f*(-*x*); |  |
| *potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz y* = *s*  *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s*  *x*), gdzie *s*  0; |  |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), *y* = *s*  *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s*  *x*), gdzie *s*  0; | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; |
| potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych | potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr |
| potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne | potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne  |
| potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| *potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.* |
| *potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.* |
| *potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.* |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania |

1. **GEOMETRIA ANALITYCZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **1** | Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka |
| **2** | Kąt między niezerowymi wektorami |
| **3**  | Proste w układzie współrzędnych |
| **4** | Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi |
| **5** | Pole trójkąta. Pole wielokąta |
| **6** | Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu |
| **7** | Wzajemne położenie dwóch okręgów |
| **8** | Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych |

**Uczeń:**

| **PODSTAWOWE** |
| --- |
| **K**  | **P** |
| *zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;* | *potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora* |
| *potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora* | *potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań* |
| *potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)* | *potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;* |
| *zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej* | *potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;* |
| *potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)* | *potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;* |
| *zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;* | *potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);* |
| *potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);* | *potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;* |
| *potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;* | *potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;* |
| *potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;* | *potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;* |
| *potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;* | *potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);* |
| *potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;* | *potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);* |
| *zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;* |  |
| *potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców* |  |
| *zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);* |  |
| *zna definicję równania ogólnego prostej;* |  |
| *potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;* |  |
| *zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;* |  |
| *rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;* |  |
| *potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;* |  |
| *potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;* |  |
| *potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;* |  |
| *umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;* |  |
| *potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;*  |  |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych | potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne | potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów |
| zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory | potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki |
| zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |
| zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;  |
| zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi | potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności. |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; |   |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |   |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |   |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  |   |
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu |   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; |   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |   |
| wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią |   |
| zna pojęcie jednokładności o środku S i skali k≠0 (także w ujęciu analitycznym); |   |

| **DOPEŁNIAJĄCE** |
| --- |
| **R** | **D** |
| *potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności* | *sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe* |
| *potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych* | *rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;* |
| *potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;* | *potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;* |
| *potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;* | *potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;* |
|  | *potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;* |
|  | *potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;* |
| rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |
| rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną |
| rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole) |   |
| stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności  |   |
| dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się |   |
| potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią |   |

|  |
| --- |
| **WYKRACZAJĄCE** |
| **W** |
| *rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;* |
| potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) |